

17. Svėrimai. A dalis

Įvadas

Mokytojui

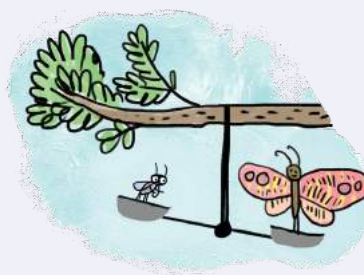
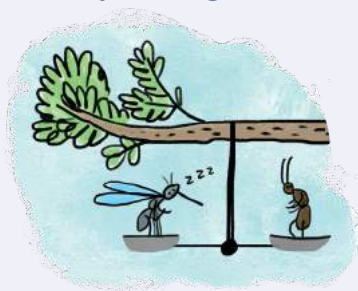
Pirmojoje svėrimų uždavinių dalyje (rekomenduojamoje 3–4 klasėms) mokiniams bus progų lavinti savo hipotetinį mąstymą („kas būtų, jeigu padaryčiau taip...“) bei stiprinti loginio mąstymo ir argumentavimo įgūdžius („kadangi..., vadinasi, ...“). Taip pat rasite uždavinių, lavinančių paprastų lygčių sprendimo įgūdžius.

Šiuos uždavinius gali spręsti ir 5–6 klasių mokiniai, jei ši tema jiems visiškai nauja.

Prieš pradėdami spręsti šiuos uždavinius patartina susipažinti su variantų perrinkimo uždaviniais.

Mokiniui

Šarka vagilė parnešė į mišką svirtines svarstyklas be svarelių ir pakabino jas ant šakos. Miško gyventojai – ypač mažesnieji – suskubo svertis vienas su kitu. Paaiškėjo, kad uodas sveria tiek pat, kiek ir skruzdėlė. Be to, musė yra sunkesnė už uodą, bet lengvesnė už drugelį, o bitė sunkesnė už drugelį.



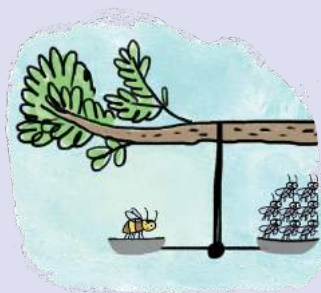
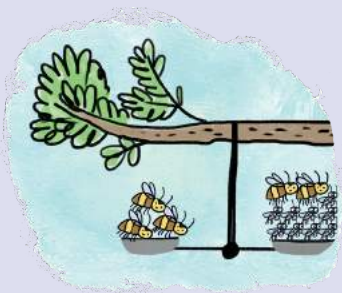
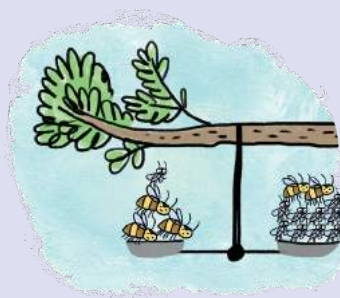
Tuomet vabzdžiai ėmė svertis grupėlėmis po kelis. O stebėdami, kada įvyksta pusiausvyra, jie net išmoko suskaičiuoti, kiek kartų kas už ką sunkesnis (žr. pavyzdį).

Kaip spręsti?

Trys bitės ir musė sveria tiek pat, kiek dvi bitės ir devynios musės. Kiek kartų bitė sunkesnė už musę?

Sprendimas

Nukelkime nuo abiejų pusių po vieną musę – nuo to pusiausvyra nepasikeis. Dar liepkime dviem bitėms nusukti nuo vienos pusės ir dviem nuo kitos – ir vėl nuo to pusiausvyra nepasikeis. Liks viena bitė, kuri sveria tiek pat, kiek ir 8 musės. **Atsakymas. 8 kartus.**



17. Sverimai. A dalis

Uždaviniai

1. Keturi drugeliai ir trys uodai sveria tiek pat, kiek du drugeliai ir 21 uodas. Kiek kartų drugelis sunkesnis už uodą?

P. Nusipieškite svarstyklės, vabzdžius galite žymėti brūkšneliais ir taškeliais ar skrituliukais. Remkitės prieš tai pateiktu pavyzdžiu. Ką reikėtų padaryti, kad vienoje lėkštelėje liktų tik drugeliai, o kitoje – tik uodai?

S. Pašalinus iš abiejų pusių po du drugelius ir tris uodus, lieka, kad du drugeliai sveria tiek pat, kiek ir 18 uodų. Vadinasi, 1 drugelis vertas 9 uodų.

Atsakymas. 9 kartus.

2. Kai ant vienos svarstyklių lėkštelės sulipo 110 skruzdėlių ir 2 bitės, o ant kitos – 15 skruzdėlių ir 7 bitės, svarstyklės tapo pusiausvyros. Kiek kartų bitė sunkesnė už skruzdėlę?

P. Bites galite vaizduoti brūkšneliais, bet tikrai nereikia piešti 110 taškelių – tiesiog toje pusėje užrašykite skaičių 110 (kitoje pusėje bus 7 brūkšneliai ir skaičius 15).

S. Pašalinus iš abiejų pusių po dvi bites ir 15 skruzdėlių, lieka, kad 5 bitės sveria tiek pat, kiek ir 95 skruzdėlės. Vadinasi, 1 bitė verta 19 skruzdėlių ($19 = 95 : 5$).

Atsakymas. 19 kartų.

3. Turime svirtines svarstyklės be svarelių ir keletą daiktų, kurių mases žinome: 5 gramus sveriančią monetą, 10 g sveriantį pieštuką, 20 g sveriantį trintuką ir 40 g sveriančią dėtuve. Kiek skirtingų svorių galima pasverti naudojant šiuos daiktus? Užrašyk juos visus.

S. Galima pasverti visas įmanomas duotų skaičių (masių) sumas: 5, 10, 15 ($= 5 + 10$), 20, 25 ($= 20 + 5$), 30 ($= 20 + 10$), 35 ($= 20 + 10 + 5$), 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75. Taigi iš viso **15 skirtingų svorių**.

4. Rokas už turimus pinigus gali nusipirkti arba 6 rašiklius, arba 12 pieštukų. Už visus pinigus jis įsigijo po tiek pat rašiklių ir pieštukų. Po kiek vienetų tų daiktų jis nusipirko?

P. Situaciją pavaizduokite svarstyklėmis: 6 rašikliai sveria tiek pat, kiek 12 pieštukų. Kiek vertas 1 rašiklis? Kiek jų reikėtų atsisakyti, kad būtų galima įsigyti dar du pieštukus?

S. 1 rašiklis vertas 2 pieštukų. Todėl, iš 6 rašiklių atsisakius dviejų, papildomai galima bus nusipirkti 4 pieštukus.

Atsakymas. 4 rašiklius ir 4 pieštukus.

17. Svėrimai. A dalis

5. Jei Audrius pirktų 4 pakelius sulčių ir 5 pyragus arba 6 pakelius sulčių ir 2 pyragus, išleistų visus savo pinigus iki paskutinio cento. Kiek pyragų jis galėtų nusipirkti, jei nepirktų sulčių?

P. Situaciją pavaizduokite svarstyklėmis. Kiek pakelių sulčių verti kelių pyragų?

S. Du pakeliai sulčių verti 3 pyragų. Todėl atsisakius 4 pakelių sulčių bus galima papildomai įsigyti 6 pyragus. $5 + 6 = 11$.

Atsakymas. 11 pyragų.

6. Du vafliai ir čiulpinukas kainuoja 94 euro centus. Du čiulpinukai ir vienas vafelis – 80 euro centų. Kas brangesnis – čiulpinukas ar vafelis? Keliais centais?

P. Žodį „kainuoja“ galima perskaityti kaip „sveria“. Tuomet lengviau įsivaizduoti svarstyklės. Tik šįkart jau reikia dviejų svarstyklių. Beje, nebūtina rasti, kiek kainuoja čiulpinukas atskirai ir vafelis atskirai – pakanka tik to, ko prašo uždavinio sąlyga.

S. **Pirmas būdas.** Abu komplektai turi po čiulpinuko ir vaflio porą. Prie vienos poros pridėtas vafelis, prie kitos – čiulpinukas. Todėl susidaręs kainų skirtumas rodo, kiek skiriasi vaflio ir čiulpinuko kainos. $94 - 80 = 14$.

Atsakymas. Vafelis brangesnis už čiulpinuką **14 centų**.

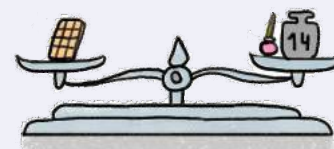
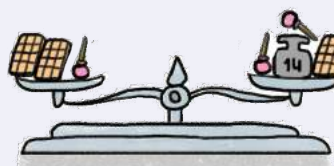
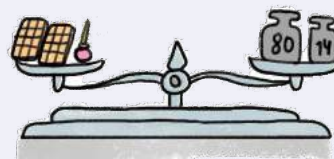
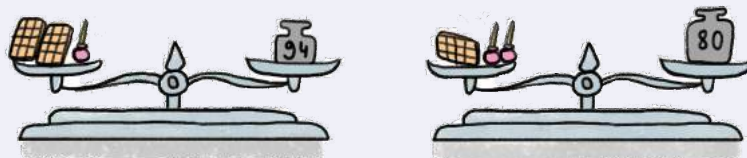
Antras būdas. Nusipiešime dvi svarstyklės.

Skaičių 94 pavaizduojame kaip 80 ir 14.

Vietoj 80 įdedame Č + Č + V (juk jų svoriai lygūs).

Pašaliname iš abiejų pusių po čiulpinuko ir vaflio porą.

Lieka vafelis, atsveriantis čiulpinuką su **14 centų**.



17. Svėrimai. A dalis

7. Keturi rašikliai ir keturi pieštukai kartu kainuoja 3,20 euro. O keturi rašikliai ir septyni pieštukai – 3,83 euro. Kiek kainuoja rašiklis, o kiek pieštukas?

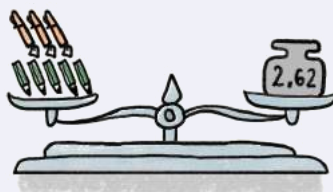
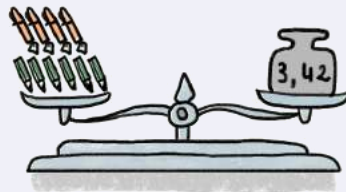
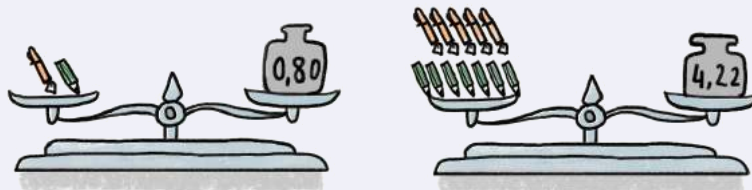
P. Pavaizduokite situaciją dvejomis svarstyklėmis. Atsiminkite, kad vietoj 3,20 euro galima naudoti keturis rašiklius ir keturis pieštukus.

S. Nuo antrųjų svarstyklių dešinėsios pusės nuėmę 3,20 euro, o nuo kairiosios – keturis rašiklius ir keturis pieštukus, gausime, kad 3 pieštukai „sveria“ 0,63 euro, todėl vienas – **0,21 euro**. Atitinkamai rašiklis kainuoja $3,20 : 4 - 0,21 = \mathbf{0,59 \text{ eur}}$.

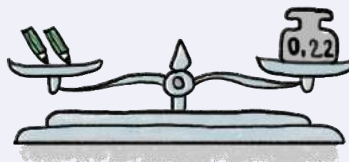
8. Rašiklis ir pieštukas kartu kainuoja 0,80 euro. O penki rašikliai ir septyni pieštukai – 4,22 euro. Kiek kainuoja rašiklis, o kiek pieštukas?

P. Pavaizduokite situaciją dvejomis svarstyklėmis. Atsiminkite, kad vietoj 0,80 euro galima naudoti rašiklio ir pieštuko porą.

S. Kaip ir ankstesniame uždavinyje nuo antrųjų svarstyklių vis nuimame rašiklio ir pieštuko poras (nuo kairiosios pusės) bei 0,80 eur – nuo dešinėsios.



ir t. t., kol gauname



17. Svėrimai. A dalis

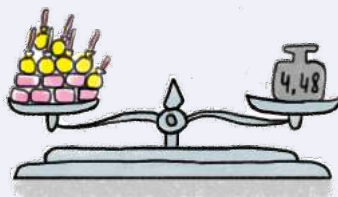
9. Du guminukai ir penki čiulpinukai kainuoja 2,39 euro, o penki guminukai ir du čiulpinukai – 2,09 euro. Kiek kainuoja vienas guminukas kartu su vienu čiulpinuku?

P. Šįkart neskubėkite nuiminėti bet ką nuo svarstyklių – atidžiau pažiūrėkite į daiktų skaičių ir atidžiai perskaitykite uždavinio sąlygą.

S. Jei dvejios svarstyklės pusiausvyros, galime sukrauti abi kairiąsias lėkšteles į vieną bei abi dešiniąsias lėkšteles į vieną – vėl bus pusiausvyra. Todėl vietoj šių dvejų svarstyklių



gausime vienerias:



7 guminukai ir 7 čiulpinukai „sveria“ 4,48 euro, todėl 1 guminukas ir 1 čiulpinukas – $4,48 : 7 = 0,64$ euro.

Atsakymas. 0,64 euro.

10. Užrašiau du skaičius. Jei prie pirmojo skaičiaus pridėčiau keturgubą antrąjį, būtų 77. Jei prie antrojo pridėčiau keturgubą pirmąjį, gaučiau 68. Kokia yra tų dviejų skaičių suma?

P. Pavaizduokite situaciją dviem svarstyklėmis. Pirmąjį skaičių galima vaizduoti brūkšneliu, o antrąjį – taškeliu.

S. Kaip ir ankstesniame uždavinyje tinka sudėti svarstykles. Gausime, kad 5 pirmi skaičiai ir penki antri skaičiai „sveria“ 145. Todėl pirmas + antras sveria $145 : 5 = 29$.

Atsakymas. 29.

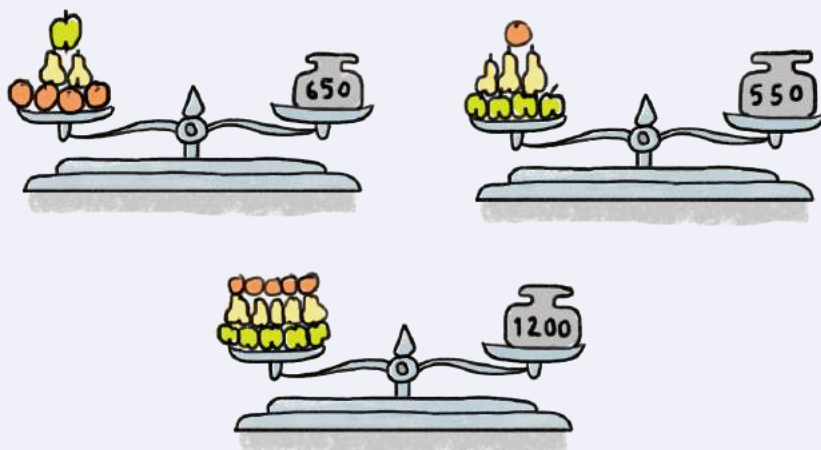
17. Svėrimai. A dalis

11. Keturi apelsinai, dvi kriaušės ir vienas obuolys kartu sveria 650 gramų, o apelsinas, 3 kriaušės ir 4 obuoliai kartu sveria 550 gramų. Kiek sveria apelsinas, kriaušė ir obuolys juos sudėjus?

P. Pavaizduokite situaciją dviem svarstyklėmis. Atkreipkite dėmesį į daiktų skaičių ir į uždavinio sąlygą.

S. Kaip ir ankstesniame uždavinyje tinka sudėti svarstyklės. Gausime, kad 5 apelsinai, 5 kriaušės ir 5 obuoliai kartu sveria $550 + 650 = 1200$ gramų, todėl 1 apelsinas, 1 kriaušė ir 1 obuolys kartu sveria $1200 : 5 = 240$ gramų.

Atsakymas. 240 gramų.

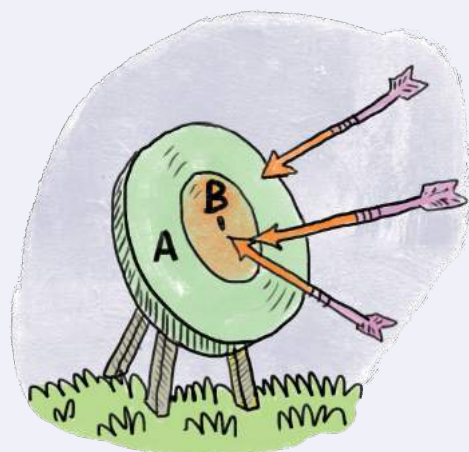


12. Jei žaisdamas smiginį pataikytum 4 kartus į A zoną ir 2 kartus į B zoną, surinktum 18 taškų. O jei pataikytum po 3 kartus ir į A, ir į B, surinktum 21 tašką. Kiek taškų vertas pataikymas į A zoną, o kiek – į B zoną?

P. Pavaizduokite situaciją dviem svarstyklėmis. Ar mokėtumėte rasti A ir B sumą?

S. A ir B suma yra $21 : 3 = 7$. Todėl nuo pirmųjų svarstyklių, išlaikant pusiausvyrą, galima nuimti dukart po A ir B nuo kairiosios lėkštelės, o nuo dešinėsios – dukart po 7. Lieka $A + A = 4$, taigi $A = 2$, o $B = 7 - 2 = 5$.

Atsakymas. A = 2, o B = 5.



17. Svėrimai. A dalis

13. 10 kubelių sveria tiek, kiek 3 knygos ir 1 vaza. O viena knyga ir 6 kubeliai sveria tiek, kiek 1 vaza. Kiek kubelių sveria vaza?



P. Žiūrėdami į antrąsias svarstyklės, pakeiskite pirmąsias.

S. Į pirmųjų svarstyklių dešiniąją pusę vietoj 1 vazos galime įdėti 6 kubelius ir 1 knygą (pagal antrąsias svarstyklės). Gausime, kad 10 kubelių sveria tiek, kiek 6 kubeliai ir 4 knygos. Vadinasi, 1 kubelis sveria tiek, kiek ir knyga, o 1 vaza – kiek 10 kubelių.

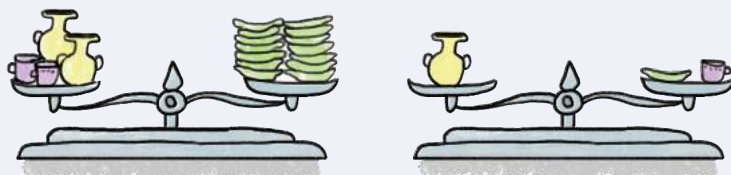
Atsakymas. 1 vaza sveria kaip 10 kubelių.

14. 2 puodeliai ir 2 ąsočiai sveria tiek pat, kiek 14 lėkštelių. O vienas ąsotis sveria tiek pat, kiek viena lėkštelė su vienu puodeliu kartu. Kiek lėkštelių atsvertų vieną ąsotį? O kiek lėkštelių atsvertų vieną puodelį?

P. Pavaizduokite situaciją dviem svarstyklėmis. Žiūrėdami į antrąsias svarstyklės, pakeiskite pirmąsias.

S. Vietoj 2 ąsočių į pirmųjų svarstyklių kairiąją lėkštelę galima įdėti 2 lėkšteles ir 2 puodelius. Dabar galime nuimti nuo abiejų lėkštelių po 2 lėkšteles. Matome, kad 4 puodeliai sveria tiek pat, kiek ir 12 lėkštelių. Vadinasi, 1 puodelis sveria tiek pat, kiek ir 3 lėkštelės. Tuomet 1 ąsotis = 4 lėkštelės.

Atsakymas. 1 puodelis = 3 lėkštelės, 1 ąsotis = 4 lėkštelės.



17. Svėrimai. A dalis

Tikros ir padirbtos monetos

Kaip spręsti?

Pavyzdys

Turime 4 vienodai atrodančias monetas, bet viena iš jų yra padirbta ir sveria mažiau nei kitos. Taip pat turime svirtines svarstyklas be svarelių. Kaip ne daugiau nei sveriant du kartus išsiaiškinti, kuri moneta yra padirbta?

Sprendimas

Pavadinkime monetas vardais A, B, C, D. Pirmiausia pasverkime A su B. Jei kuri nors iš jų bus lengvesnė, vadinasi, ji ir yra padirbta. Jei $A = B$, sverkime C su D. Kuri iš jų bus lengvesnė, ta ir yra padirbta.

Beje, šį uždavinį galima buvo išspręsti ir kitaip: pirmiausia ant kairiosios svarstyklių pusės reikėtų padėti dvi monetas A ir B, o ant dešinėsios – C ir D. Kuri pusė bus lengvesnė, toje ir yra padirbta moneta. Tarkime, $A + B$ buvo lengviau nei $C + D$. Tuomet pasvėrę A su B sužinosime, kuri yra padirbta

Uždaviniai

1. Turime 3 vienodai atrodančias monetas, bet viena iš jų yra padirbta ir sveria mažiau nei kitos. Taip pat turime svirtines svarstyklas be svarelių. Kaip sveriant vieną kartą išsiaiškinti, kuri moneta yra padirbta?

P. Pabandykite atlikti pirmą atėjusį į galvą svėrimą. Kaip galėjo jis pasibaigti? Ką iš to suprantate?

S. Pavadinkime monetas vardais A, B, C. Pirmiausia pasverkime A su B. Jei kuri nors iš jų bus lengvesnė, vadinasi, ji ir yra padirbta. O jei $A = B$, vadinasi, **padirbtoji yra C**.

2. Turime 5 vienodai atrodančias monetas, bet viena iš jų yra padirbta ir sveria mažiau nei kitos. Taip pat turime svirtines svarstyklas be svarelių. Kaip sveriant ne daugiau nei du kartus išsiaiškinti, kuri moneta yra padirbta?

P. Pabandykite atlikti pirmą atėjusį į galvą svėrimą. Kaip galėjo jis pasibaigti? Ką iš to suprantate?

S. **Pirmas būdas.** Pavadinkime monetas vardais A, B, C, D, E. Sverdami pirmą kartą ant kairiosios svarstyklių pusės padėkime dvi monetas A ir B, o ant dešinėsios – C ir D. Jei $A + B = C + D$, vadinasi, padirbta yra E. O jei kuri nors pusė buvo lengvesnė, toje ir yra padirbta moneta. Tarkime, $A + B$ buvo lengviau nei $C + D$. Tuomet pasvėrę A su B sužinosime, kuri yra padirbta (žinoma, ta kuri bus lengvesnė).

17. Svėrimai. A dalis

Antras būdas. Pirmiausia pasverkime A su B. Jei kuri nors iš jų bus lengvesnė, vadinasi, ji ir yra padirbta. Jei $A = B$, sverkime C su D. Kuri iš jų bus lengvesnė, ta ir yra padirbta. O jei $C = D$, tai **padirbtoji yra E**.

3. Turime 9 vienodai atrodančias monetas, bet viena iš jų yra padirbta ir sveria mažiau nei kitos. Taip pat turime svirtines svarstyklas be svarelių. Kaip ne daugiau nei sveriant du kartus išsiaiškinti, kuri moneta yra padirbta?

P. Jei pagal pasiūlytus svėrimus kai kuriais atvejais padirbta moneta randama, o kitais atvejais – ne, vadinasi, reikia ieškoti kito sprendimo.

S. Pavadinkime monetas vardais A, B, C, D, E, F, G, H, I. Sverdami pirmą kartą ant kairiosios svarstyklių pusės padėkime tris monetas A, B ir C, o ant dešinėsios kitas tris – D, E ir F. Jei $A + B + C = D + E + F$, vadinasi, padirbtoji yra tarp likusių trijų (G, H ir I). O jei kuri nors pusė buvo lengvesnė, toje ir yra padirbta moneta. Belieka pasinaudoti jau išspręstu uždaviniu apie 3 monetas ir 1 svėrimą.