

5. Turnyrai. A dalis

Įvadas

Mokytojui

Turnyrų uždaviniai priskiriami kombinatorikos sričiai.

Šioje moduliuko dalyje moksleiviai išmoks nustatyti rungtynių rezultatus, suskaičiuoti rungtynių skaičių bei, kai kuriais atvejais, nustatyti, kiek galėjo įvykti lygiųjų.

Uždaviniai pateikti sunkėjimo tvarka ir tinka tiek 3–4, tiek 5–6 klasių mokiniams.

Taškų skaičiavimo taisyklės:

Šachmatuose už pergalę skiriamas 1 taškas, už lygiąsias – pusė taško.

Futbole už pergalę skiriami 3 taškai, už lygiąsias – 1 taškas.

Nė vienoje sporto šakoje pralaimėjusiems taškai neskiriami.

Vieno rato turnyre kiekvienas dalyvis (komanda) su kiekvienu kitu (kita) sužaidžia po vieną kartą.

Uždaviniai

1. Per trejas futbolo rungtynes „Žalgirio“ komanda įmušė 3 įvarčius, o praleido tik 1. Komanda vienerias rungtynes laimėjo, vienerias pralaimėjo ir vienerias sužaidė lygiosiomis. Nurodykite visų trijų „Žalgirio“ rungtynių rezultatus.

P. Koku rezultatu „Žalgirio“ komanda pralaimėjo priešininkams?

S. Pralaimėti galėjo tik **0:1**, tuomet lygiosiomis galėjo sužaisti tik **0:0**, o trečiose rungtynėse galėjo būti pasiekta pergalė rezultatu **3:0**.

2. Per trejas futbolo čempionato rungtynes „Žalgiris“ įmušė tris įvarčius ir praleido vieną.

Kiek taškų komanda galėjo iškovoti per šias trejas rungtynes? (Išvardinkite visus galimus variantus. Prie kiekvieno varianto nurodykite rungtynių rezultatą.)

P. Kiek daugiausiai pergalių galėjo pasiekti „Žalgiris“? Kiek daugiausiai pralaimėjimų galėjo patirti „Žalgiris“? Kiek daugiausiai „Žalgirio“ žaistų rungtynių galėjo baigtis lygiosiomis?

Alternatyvus patarimas: „Kaip baigėsi (galėjo baigtis) tos rungtynės, kuriose „Žalgiris“ praleido įvartį?“

S. 7 taškai: 1:0, 1:0 ir 1:1 arba 2:1, 1:0 ir 0:0

6 taškai: 2:0, 1:0 ir 0:1

5 taškai: 2:0, 0:0 ir 1:1 arba 3:1, 0:0 ir 0:0.

4 taškai: 3:0, 0:0 ir 0:1

5. Turnyrai. A dalis

3. Ledo ritulio turnyro finale buvo gausu įvarčių. Per pirmąjį kėlinį iš viso buvo įmušti net 6 įvarčiai, jam pasibaigus pirmavo svečių komanda. Per antrąjį kėlinį komanda namuose įmušė tris įvarčius ir išplėšė pergalę. Kokių rezultatu baigėsi rungtynės?

P. Kokių rezultatu galėjo baigtis pirmasis kėlinys?

S. Jei pirmasis kėlinys baigtųsi 0:6 arba 1:5, trys įvarčiai nepadėtų pasiekti pergalės. Vadinasi, rungtynėms įpusėjus rezultatas buvo 2:4, o pabaigoje – **5:4**.

4. a) Vieno rato futbolo turnyre visos komandos iškovojo iš viso 14 pergalių. Kiek iš viso pralaimėjimų šiame turnyre patyrė visos komandos?

b) Vieno rato futbolo turnyre visos komandos įmušė iš viso 15 įvarčių. Kiek šiame turnyre visos komandos praleido įvarčių?

P. -

S. a) Kai kažkuri komanda laimi, vadinasi, kita komanda pralaimi. Iš viso **14 pralaimėjimų**.

b) Kai kažkuri komanda įmuša įvartį, vadinasi, kita komanda praleidžia. Iš viso **15 praleistų įvarčių**.

5. a) Vieno rato šešių futbolo komandų turnyre pirmoji komanda lygiosiomis sužaidė 1 kartą, antroji – 2 kartus, trečioji – nė karto, o ketvirtoji, penktoji ir šeštoji – po 1 kartą. Kiek rungtynių turnyre baigėsi lygiosiomis?

b) Keturi šachmatininkai sužaidė vieno rato turnyrą. Kiek iš viso taškų surinko jie visi kartu?

c) Keturios futbolo komandos sužaidė vieno rato turnyrą ir pusė rungtynių baigėsi lygiosiomis. Kiek iš viso taškų surinko jie visi kartu?

P. a) Kai įvyksta lygiosios, kelioms komandoms jos įskaitomos?

b) Kiek taškų per vieną šachmatų partiją įskaitoma abiem žaidėjams?

c) Kiek taškų per vienerias futbolo rungtynes įskaitoma abiem komandoms? Ar svarbu, kaip baigėsi rungtynės (lygiosiomis ar ne), kad galėtum atsakyti į šį klausimą?

S. a) Kiekvienos lygiosios įskaitomos dviem komandoms. Tad sudėkime visų komandų lygiąsias ir padalinkime iš 2. $(1+2+1+1+1) : 2 = 3$. Atsakymas: **3 lygiosios**.

b) Per vieną šachmatų partiją, nesvarbu kaip ji baigėsi – lygiosiomis ar ne – abu žaidėjai kartu gauna 1 tašką ($1 + 0$ arba $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$). Tad kiek įvyko rungtynių, tiek visi šachmatininkai ir surinko iš viso taškų – 6. Atsakymas: **6 taškus**.

c) Per vienerias lygiąsias abi komandos "uždirba" 2 taškus ($1 + 1$), o jei rungtynės baigiasi vienos iš komandų pergale, tuomet 3 taškus ($3 + 0$). Iš 6 rungtynių 3 baigėsi lygiosiomis, tad viso komandos surinko $3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 15$ taškų. Atsakymas: **15 taškų**.

5. Turnyrai. A dalis

6. Dvi futbolo komandos tarpusavyje sužaidė 20 rungtynių. Abi komandos kartu surinko 49 taškus. Kiek rungtynių baigėsi lygiosiomis?

P. Kas būtų, jei neįvyktų nė vienos lygiosios? O kaip pasikeičia bendri komandų taškai, kai vieną „pergalę ir pralaimėjimą“ „išmainome“ į vienas lygiąsias?

S. Jei nebūtų nė vieno lygiųjų, už kiekvienas rungtynes kažkuri komanda gautų 3 taškus, o kita – nulį. Taigi iš viso $3 \cdot 20 = 60$. Jei tarp 30 rungtynių įvyktų tik 1 lygiosios, abi komandos kartu gautų 59 taškus ir t. t. $60 - 49 = 11$, vadinasi, įvyko **11 lygiųjų**.

7. „Žalgirio“ futbolo komanda sužaidė 38 rungtynes ir surinko 80 taškų. Kiek daugiausiai rungtynių ji galėjo pralaimėti?

P. Kiek mažiausiai rungtynių pakanka, kad komanda iškovotų 80 taškų?

S. Už 27 pergalės skiriamas 81 taškas – netinka. Reikia mažiausiai 26 pergalių ir 2 lygiųjų, kad būtų $26 \cdot 3 + 2 = 80$ taškų. Tad lieka daugiausiai $38 - 26 - 2 = 10$ **pralaimėjimų**.

8. Kiek rungtynių įvyksta vieno rato turnyre, kuriame dalyvauja:

a) 5 komandos, b) 6 komandos, c) 10 komandų.

P. Kelioms komandoms įskaitomos 1-erios įvykusios rungtynės?

S. Kiekvienos rungtynės įskaitomos dviems komandoms. Tad sudėkime visų komandų varžovų kiekį ir padalinkime iš 2.

a) $5 \cdot 4 / 2 = 10$, b) $6 \cdot 5 / 2 = 15$, c) $10 \cdot 9 / 2 = 45$.

Vaizdinis paaiškinimas:

- Kiek langelių lentelėje? $5 \times 5 = 25$.
- Ką reiškia nuspalvinti langeliai? Komanda pati su savimi nežaidžia – jie nepildomi.
- Kiek tokių yra? 5.
- Kiek langelių liko? $25 - 5 = 20$.
- Keli langeliai užsipildo, kai įrašomas vienerių rungtynių rezultatas? 2.
- Kiek tokių įrašų galime padaryti? $20 : 2 = 10$.

Tiek ir bus rungtynių.

Komanda	1	2	3	4	5	Iš viso taškų
1						
2						
3						
4						
5						

5. Turnyrai. A dalis

9. Penkiolika šachmatininkų sužaidė vieno rato turnyrą. Ar galėjo taip nutikti, kad kiekvienas dalyvis 5 kartus sužaidė lygiosiomis?

P. Ar prisimenate, kaip suskaičiuoti bendrą lygiųjų skaičių?

S. Kiekvienos lygiosios įskaitomos dviem komandoms. Tad sudėkime visų komandų lygiąsias ir padalinkime iš 2. Bet $15 \cdot 5 = 75$, šis skaičius iš 2 nesidalija. Vadinasi, taip **nutikti negalėjo**.