

9. Sprendžiame nuo galo

Įvadas

Mokytojui

Sprendimas nuo galo yra viena iš probleminių uždavinių sprendimo strategijų. Ją itin patogiu taikyti tada, kai žinoma veiksmų seka ir galutinis rezultatas, o klausiami to, kas buvo pradžioje. Svarbu, kad imdamiesi šio moduliuko, mokiniai jau būtų įgudę pirmiausia kantriai perskaityti visą sąlygą iki galo ir tik tada imtųsi veiksmų. Jie jau turėtų atskirti esminius žodžius, nurodančius, koks veiksmas buvo taikytas (pvz, atidavė, gavo, padalijo, padidėjo ir pan.).

Mąstymas nuo galo nėra išskirtinai matematinis dalykas. Kaip pavyzdį mokiniams pateikite situaciją iš jų gyvenimo.

„Jonukas pradėjo lankyti naują mokyklą. Pirmą mokslo metų dieną išlipęs iš autobuso jis paėjo Maironio gatve, pasuko dešinėn į Kūdrų gatvę, pasuko kairėn į Bokšto gatvę, pasuko dešinėn į Šv. Kazimiero gatvę, pasuko dešinėn į Augustijonų gatvę ir joje pasukęs kairėn pateko į mokyklos kiemą. Pasibaigus pamokoms Jonukas stovi mokyklos kieme. Kaip jam reikėtų eiti, kad atsidurtų autobusų stotelėje?“

Mokiniai turėtų Jums atsakyti, jog išėjęs iš mokyklos kiemo Jonukas turi sukti dešinėn, vėliau sukti kairėn į Šv. Kazimiero gatvę, dar vėliau kairėn į Bokšto gatvę, tada dešinėn į Kūdrų g. ir t. t.

Kai Jonuko maršrutas bus teisingai nurodytas, atkreipkite jų dėmesį, kuo skiriasi posūkiai einant pirmyn ir atgal – jie bus vienas kitam priešingi. Mokiniai turėtų prieiti prie išvados, kad, norint nuo galo grįžti į pradžią, kiekviename etape reikia elgtis **atvirkščiai** nei einant link galo.

Dabar jau bus pats laikas kelioms nesudėtingoms matematinėms iliustracijoms. (Šie pavyzdžiai skirti 3–4 klasių mokiniams; 5–8 klasių mokinių galima paprašyti, kad patys sugalvotų ir pateiktų pavyzdžių, kuriuose taikomi atvirkštiniai veiksmai, kad sužinotume tai, kas buvo pradžioje.)

„Jonukas išleido 2 eurus ledams, tad jam liko 5 eurai. Kiek pinigų jis turėjo iš pradžių?“

„Skrudžo turtas per metus padvigubėjo, todėl šiemet jis jau turi 10 tūkstančių dolerių. Kiek pinigų jis turėjo pernai?“

„Jonukas įdėjo į taupyklę 5 eurus, kuriuos gavo iš močiutės, todėl dabar joje yra 24 eurai. Kiek eurų taupyklėje buvo prieš tai?“

„Kelionei į Havajus Kavaliauskai išleido pusę savo santaupų, todėl jiems liko 3000 eurų. Kiek pinigų jie buvo susitaupę iki kelionės?“

Būtinai susiekite veiksmą, kuris buvo atliekamas sąlygoje su jam atvirkštiniu veiksmu, kuriuo remiantis randamas atsakymas sprendžiant nuo galo: atimtis keičiama sudėtimi, daugyba – dalyba ir t. t.

Kai idėja apie sprendimą nuo galo ir atvirkštinio veiksmo taikymą jau susiguli mokinių galvose, galima pereiti prie kelių žingsnių uždavinių ir pravartaus būdo juos spręsti – schemos sudarymo ir (arba) piešimo (pavyzdys išnagrinėtas pirmame lape mokiniui).

Kad mąstymas nuo galo yra svarbus įgūdis, liudija ir tai, jog inžinieriai gaminį suprojektuoja dar net neįsivaizduodami, kaip jis bus gaminamas. Geriausi pasaulio atletai iki smulkmenų numato būsimą savo pasirodymą ir tik tuomet išeina į areną laimėti. Verslo pasaulyje posakiu „Start with the end in mind“ („Pradėk mintyse turėdamas tikslą / rezultatą“) vadovaujasi siekiantys aukščiausių rezultatų.

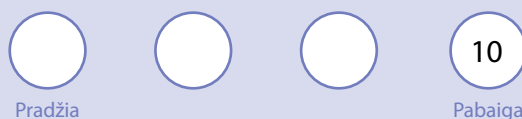
9. Sprendžiame nuo galo

Kaip spręsti?

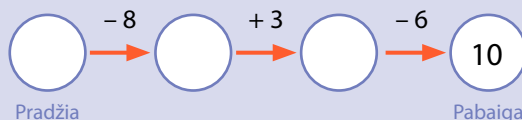
Pastaba. Užduotys uždavinių lapuose pateiktos sunkėjimo tvarka, tačiau jų skirstymas pagal klases yra tik rekomendacinio pobūdžio.

Visuose sprendimuose pateiktos dvi schemos – pradinė ir „atbulinė“. Kadangi jose yra pasikartojančių elementų, jas galima sujungti ir į vieną. Tuomet derėtų laikytis tokio uždavinio sprendimo eiliškumo (žr. pavyzdinio uždavinio apie keksiukus sąlygą):

1 žingsnis. Lape ar lentoje nupiešiami skrituliai, kurie vaizduoja keksiukų kiekį dėžutėje atskirais momentais (kairiausias rodo jų kiekį pradžioje, o dešiniausias – pabaigoje). Į dešiniausią skritulį įrašomas iš sąlygos žinomas skaičius, kiek keksiukų liko pabaigoje.

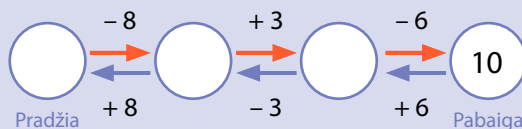


2 žingsnis. Skrituliai sujungiami rodyklėmis, vedančiomis iš kairės į dešinę, o virš rodyklės užrašomas veiksmas „pasiėmė 8 keksiukus“ vaizduojama kaip „- 8“ ir pan.

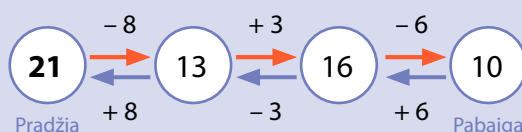


(Ilgodus piešti schemas, 1-ą ir 2-ą žingsnius galima sujungti į vieną.)

3 žingsnis. Tarp skritulių įterpiamos „atbulinės“ rodyklės, vedančios iš dešinės į kairę, o po rodyklėmis užrašomas veiksmas, **atvirkštinis** viršuje esančiam („- 8“ atitinka „+8“ ir pan.).



4 žingsnis. Nuo galo atliekami apačioje užrašyti veiksmi, tad skrituliai užpildomi iš dešinės į kairę. Kairiausiajame iš jų – uždavinio atsakymas. (Jei sąlyga neprašo rasti ką nors kita.)



9. Sprendžiame nuo galo

Mokiniui

Būna uždavinių, kuriuos žymiai patogiau spręsti ne nuo pradžios, o nuo galo – nuo pabaigos. Kyla klausimas: O kas buvo prieš tai? Šį klausimą gali tekti pakartoti kelis kartus, kol nuo uždavinio pabaigos atkeliausite į jo pradžią arba į tą momentą, apie kurį klausiama uždavinyje. Tai lyg atsukti filmą atbuline tvarka.

Nebūtina veiksmus atlikti mintinai. Jums bus lengviau, jeigu nusibraižysite lenteles, schemas ar piešinius.

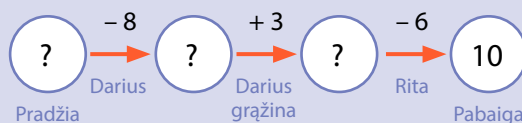
Kaip spręsti?

„Jonukas atsinešė keksiukų dėžutę ir vaišino draugus. Pasiūlė Dariui – tas pasiėmė 8 keksiukus, bet paskui persigalvojęs 3 grąžino, vėliau 6 keksiukus pasiėmė Rita, tad dėžutėje liko 10. Kiek keksiukų buvo dėžutėje iš pradžių?“

Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą).

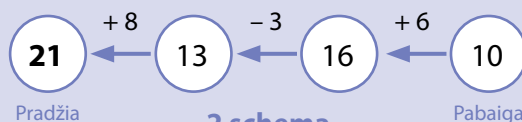
Atkreipkite dėmesį, kad sąlygoje aiškiai pasakyta, kiek keksiukų yra pabaigoje, o klausiama, kiek jų buvo pradžioje – tai rodo, kad sprendimas nuo galo čia būtų tinkamas metodas.

Sąlygoje nurodyta



1 schema

Eidami nuo galo, taikome atvirkštinius veiksmus



2 schema

Uždaviniai

3–6 klasės

1. Joris keturiais metais jaunesnis už Gabiją, o Gabija 24 metais jaunesnė už Daivą. Kiek metų Joriui, jei Daivai yra 35-eri?

P. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą).

Skrituliukus užpildome eidami nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) ir atlikdami veiksmą, atvirkštinį buvusiamam.



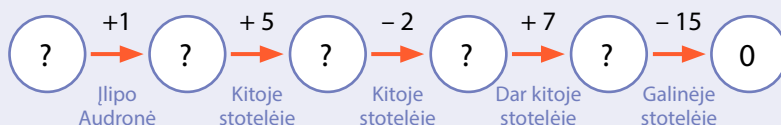
S. Atlikę atimties veiksmus gauname Gabijos ir Jorio metus.



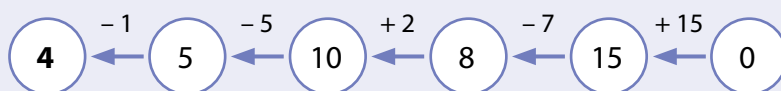
Atsakymas – 7 metai.

2. Kai Audronė įlipa į autobusą, jame jau sėdi keli žmonės. Kitoje stotelėje 5 žmonės įlipa, o du išlipa. Dar kitoje stotelėje įlipa 7 nauji keleiviai. Galutinėje maršruto stotelėje visi 15 keleivių išlipa. Kiek žmonių buvo autobuse prieš įlipant Audronei?

P. Sudarykite schemą šiam uždaviniui pavaizduoti.



S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Skrituliukus užpildome eidami nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) ir atlikdami veiksmą, atvirkštinį buvusiamam (žr. 2-ą schemą).

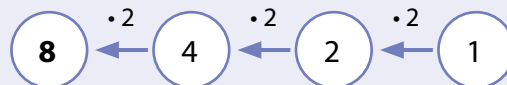
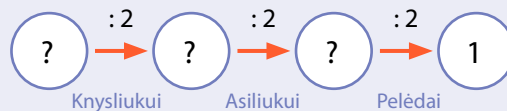


Atsakymas – 4 keleiviai.

9. Sprendžiame nuo galo

3. Mikė Pūkuotukas – geraširdis meškiukas. Kartą jis nešėsi statinaitę medaus. Sutikęs Knysliuką atidavė jam pusę medaus. Vėliau sutiko Asiliuką – jam atidavė pusę likusio medaus. Priėjęs Pelėdos namus, jai atidavė pusę likusio medaus. Namu parsinešė 1 litrą medaus. Kiek medaus buvo statinaitėje iš pradžių?

- P. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą. Atsakymą gausite nuosekliai atsakę į klausimus:



- Kiek medaus turėjo Mikė prieš prieidamas Pelėdos namus?
- Kiek medaus turėjo Mikė prieš sutikdamas Asiliuką?
- Kiek medaus turėjo Mikė prieš sutikdamas Knysliuką?

S. **Atsakymas – 8 litrus.**

4. Sugalvojau skaičių. Padauginau jį iš 2, prie gautos sandaugos pridėjau 3 ir gavau 17. Kokį skaičių buvau sugalvojęs?

- P. Kokia schema tinka šiam uždaviniui?



- S. Nuosekliai atsakome į klausimus:

- Prie kokio skaičiaus pridėję 3 gauname 17? 14.
- Kokį skaičių padauginę iš 2 gauname 14? 7.

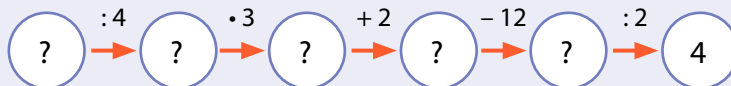


Atsakymas – 7.

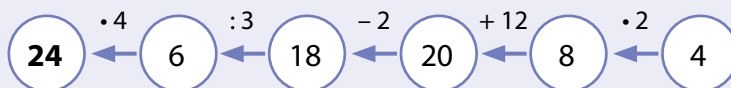
5. Sugalvojau kitą skaičių. Padalijau jį iš 4, gautą skaičių padauginau iš 3, tuomet pridėjau 2, paskui atėmiau 12, padalijau iš 2 ir gavau 4. Kokį skaičių buvau sugalvojęs?

- P. Kokia schema tinka šiam uždaviniui?

- S. Nuosekliai atsakome į klausimus:



- Kokį skaičių padaliję iš 2 gauname 4? 8.
- Iš kokio skaičiaus atėmę 12 gauname 8? 20.
- Prie kokio skaičiaus pridėję 2 gauname 20? 18.
- Kokį skaičių padauginę iš 3 gauname 18? 6.
- Kokį skaičių padaliję iš 4 gauname 6? 24.



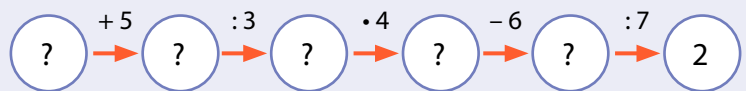
Atsakymas – 24.

9. Sprendžiame nuo galo

6. Sugalvojau dar vieną skaičių. Pridėjau 5, sumą padalijau iš 3, padauginau iš 4, atėmiau 6, padalijau iš 7 ir gavau 2. Kokį skaičių buvau sugalvojęs?

P. Kokia schema tinka šiam uždaviniui?

S. Nuosekliai atsakome į klausimus:



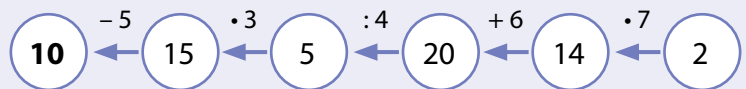
a) Kokį skaičių padaliję iš 7 gauname 2? 14.

b) Iš kokio skaičiaus atėmę 6 gauname 14? 20.

c) Kokį skaičių padauginę iš 4 gauname 20? 5.

d) Kokį skaičių padaliję iš 3 gauname 5? 15.

e) Prie kokio skaičiaus pridėję 5 gauname 15? 10.

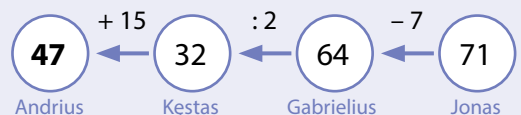
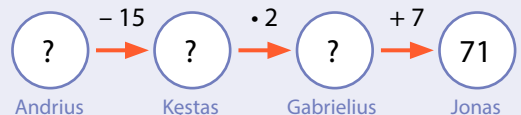


Atsakymas – 10.

7. Keturi bendraklasiai panūdo sužinoti savo kūno masę. Pasirodo, Kęstas 15 kilogramų lengvesnis už Andrių, Gabrielius – dvigubai sunkesnis už Kęstą, o Jonas – 7 kilogramais sunkesnis už Gabrielių. Jei Jonas sveria 71 kilogramą, kiek sveria Andrius?

P. Sudarykite schemą šiam uždaviniui pavaizduoti.

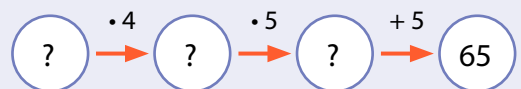
S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.



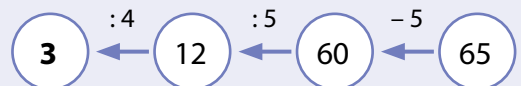
Atsakymas – 47 kg.

8. Trys merginos iš viso rado 65 baravykus. Pirmame miškelyje kiekviena rado jų po tiek pat. Antrame miškelyje kiekviena rado trigubai daugiau grybų nei pirmame. Išėjusios iš trečio miškelio, jos jau turėjo penkiagubai daugiau baravykų nei išėjusios iš pirmų dviejų miškelių. O ketvirtame miškelyje visos kartu rado tik 5 baravykus. Kiek grybų rado kiekviena mergina pirmame miškelyje?

P. Sudarykite schemą šiam uždaviniui pavaizduoti. Patogu ieškoti jų bendro rasto kiekio pirmame miškelyje.



S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą. Vadinas, kiekviena rado po 1 grybą pirmame miškelyje.



Atsakymas – pirmame miškelyje merginos rado po 1 grybą.

9. Sprendžiame nuo galo

9. Darius močiutė labai mėgsta rožes. Jos sodelyje purpurinių rožių perpus mažiau nei raudonų, o raudonų – keturgubai daugiau nei baltų. Šviesių rožių, t. y. baltų arba geltonų, auga 36, iš kurių 20 yra geltonos. Kiek iš viso rožių augina Darius močiutė?

P. Gali sudaryti schemą šiam uždaviniui išspręsti. Tiks ir klausimai:

- a) Kiek yra baltų rožių?
b) Kiek yra ... rožių? ir t. t.



- S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą. Iš viso rožių: $32 + 64 + 36$ (šviesios) = 132.



Atsakymas – 132 rožės.

10. Freken Bok iškepė blynų. Kai atėjęs Karlsonas įsidėjo pusę blynų sau, Freken Bok atidėjo du blynus Mažyliui. Tuomet Karlsonas vėl įsidėjo pusę likusių blynų sau, tad Freken Bok atidėjo dar tris blynus Mažyliui ir blynai baigėsi. Kiek blynų iš viso sukirto Karlsonas?

P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? Atsakymą taip pat gausi nuosekliai atsakęs į klausimus:

- a) Kiek blynų buvo likę prieš Karlsonui įsidedant antrą kartą?
b) Kiek blynų įsidėjo Karlsonas pirmą kartą?

- S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą. Karlsonas sukirto $8 + 3 = 11$ blynų (tą patį gautume iš bendro blynų skaičiaus atėmę 5 Mažylio blynus).



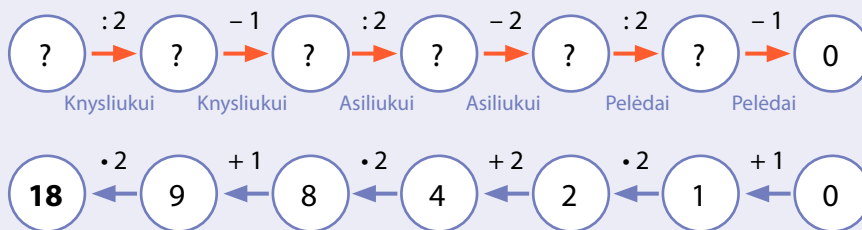
Atsakymas – 11 blynų.

9. Sprendžiame nuo galo

11. Mikė Pūkuotukas vėl nešėsi statinaitę medaus. Sutikęs Knysliuką atidavė jam pusę medaus ir dar vieną litrą. Vėliau sutiko Asiliuką – jam atidavė pusę likusio medaus ir dar du litrus. Priėjęs Pelėdos namus, jai atidavė pusę likusio medaus ir dar vieną litrą. Namų grįžo su tuščia statinaitė. Kiek medaus buvo joje iš pradžių?

P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? Atsakymą taip pat gausi nuosekliai atsakęs į klausimus:

- Kiek medaus turėjo Mikė prieš prieidamas Pelėdos namus?
- Kiek medaus turėjo Mikė prieš sutikdamas Asiliuką?
- Kiek medaus turėjo Mikė prieš sutikdamas Knysliuką?

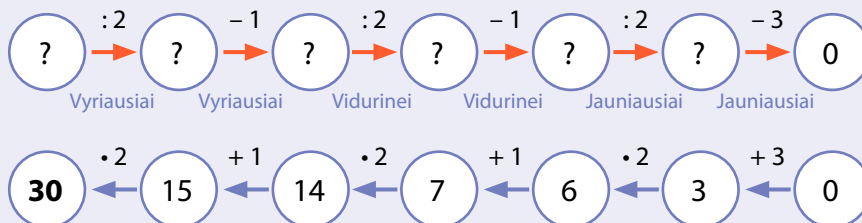


S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – 18 litrų.

12. Turtingas pirklys senatvėje savo sukauptus perlus dukterims padalijo taip: vyriausiai skyrė pusę visų perlų ir dar 1, vidurinei – pusę likusių perlų ir dar 1, o jauniausiai – pusę likusių perlų ir paskutinius 3. Kiek perlų pirklys buvo sukaupęs?

P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? arba į kokius klausimus turite atsakyti, kad gautumėte atsakymą?



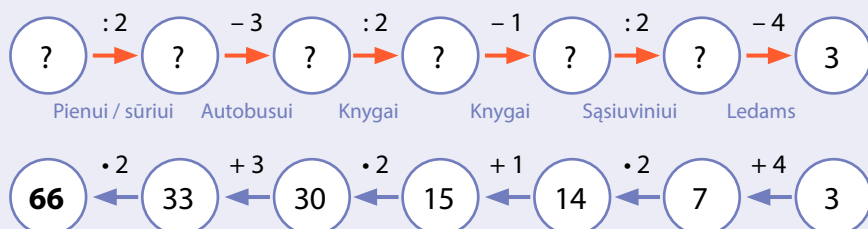
S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – 30 perlų.

9. Sprendžiame nuo galo

13. Mama pasiuntė Mažylį apsipirkti, davusi piniginę su pinigais. Artimiausioje parduotuvėje Mažylis sumokėjo pusę turėtų pinigų už pieną ir sūrį. Už 3 kronas autobusu nuvažiavęs iki miesto centro, jis pusę likusių pinigų ir dar 1 kroną sumokėjo už knygą. Prisiminė, kad dar reikia sąsiuvinių ir pieštukų. Už juos Mažylis sumokėjo pusę likusių pinigų. Išėjęs iš knygy-
no už 4 kronas nusipirko ledų, tad jam pinigų liko tik autobuso bilietui namo. Kiek pinigų mama davė Mažyliui?

- P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? arba į kokius klausimus turite atsakyti, kad gautumėte atsakymą?

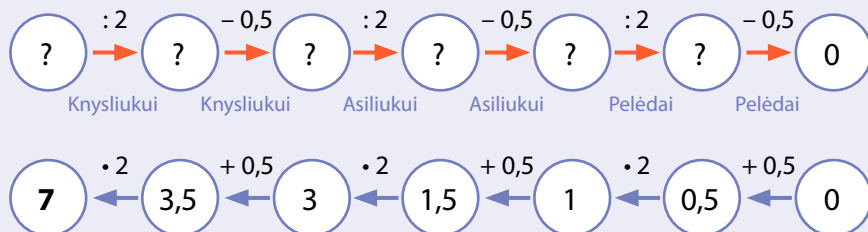


- S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – 66 kronos.

14. Mikė Pūkuotukas vėl nešėsi statinaitę medaus. Sutikęs Knysliuką atidavė jam pusę medaus ir dar pusę litro. Vėliau sutiko Asiliuką – jam atidavė pusę likusio medaus ir dar pusę litro. Priėjęs Pelėdos namus jai atidavė pusę likusio medaus ir dar pusę litro. Namo grįžo su tuščia statinaite. Kiek medaus buvo joje iš pradžių?

- P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? arba į kokius klausimus turite atsakyti, kad gautumėte atsakymą? Beje, užrašyti pusę litro tinka ir $\frac{1}{2}$, ir 0,5.



- S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

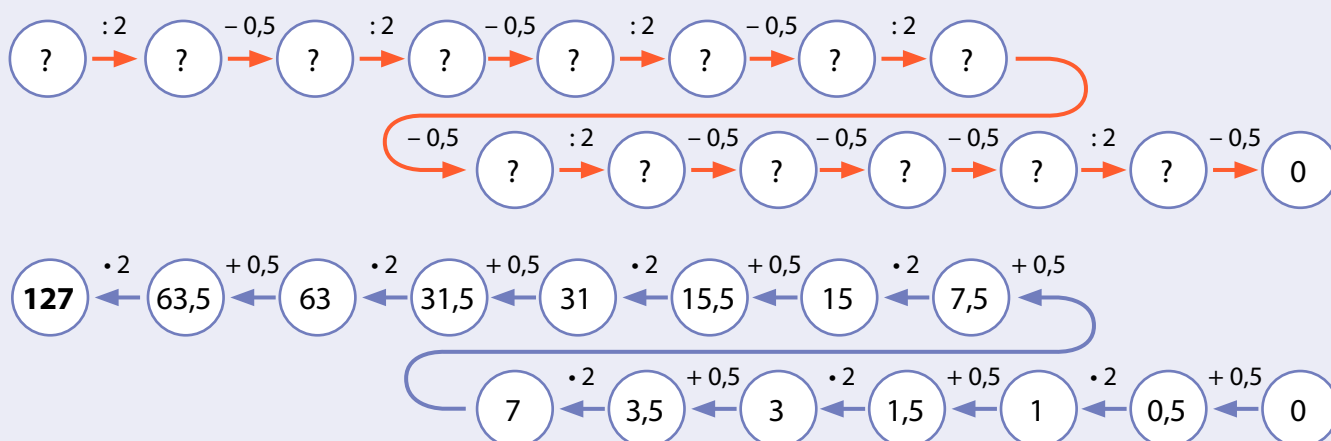
Atsakymas – 7 litrai.

9. Sprendžiame nuo galo

5–8 klasės

- 15.** Visą dieną skridusios laukinės žąsys nakvoti nusileido ant ežerų. Ant kiekvieno ežero nusileido pusė žąsų ir dar pusė žąsies, o likusios skrido link kito. Visos žąsys sutūpė ant septynių ežerų. Kiek žąsų buvo iš viso?

P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? arba Kiek kartų turi sau užduoti tą patį klausimą?



S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – 127 žąsys.

- 16.** Šeimoje auga trys vaikai ir jie įpratę visko pasiimti po trečdalį. Kartą mama ant stalo paliko saldainių. Atėjo vyriausias sūnus ir paėmė saldainių sau ir broliui, tad ant stalo liko trečdalis. Vidurinis brolis prasilenkė su vyriausiu, tad atėjęs paėmė sau ir jam, palikdamas ant stalo trečdalį rastų saldainių. Kai grįžo jauniausias, jis taip pat paėmė ir sau, ir vyriausiam, ant stalo palikdamas trečdalį rastų likusių saldainių – 3. Kiek saldainių buvo palikta ant stalo?

P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? arba Į kokius klausimus turite atsakyti, kad gautumėte atsakymą? Koku piešiniu galėtumėte pavaizduoti šias saldainių dalybas?



S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – 81 saldainis.

SVARBU. Nors uždavinys nėra sudėtingas, prašykite, kad mokinys pavaizduotų jį piešiniu. Tai pravers sprendžiant kitą uždavinį.

9. Sprendžiame nuo galo

17. Mama iškepė keksiukų. Belaukdama namiškių šeštadalį jų suvalgė, o kitus paliko virtuvėje ant stalo. Iš darbo grįžęs tėtis suvalgė penktadalį rastų ir nuėjo plauti automobilio. Po treniruotės grįžęs vyriausias sūnus pasiėmė ketvirtadalį likusių ir nuėjo į savo kambarį. Dar vėliau grįžusi vyriausia dukra įsidėjo sau trečdalį likusių keksiukų ir nuėjo ruošti namų darbų. Po kiek laiko į virtuvę užsukęs jaunesnis brolis pasiėmė pusę rastų keksiukų, todėl ant stalo liko 3 keksiukai. Kiek jų buvo iškepusi mama?

P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? arba į kokius klausimus turite atsakyti, kad gautumėte atsakymą? Beje, jei šias keksiukų dalybas pavaizduotumėte piešiniu, atsakymą gautumėte labai greitai.



S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą. Situaciją vaizduodami piešiniu languotame lape visiems keksiukams paskiriame, pvz., 6 langelius (taip vaizduojant patogų „atpjauti“ šeštadalį, vėliau nuo likučio penktadalį ir t. t.). Pradėjus tai daryti, paaiškėja, jog visi šeimos nariai pasiėmė po 1 langelį ir liko 1 langelis (= 3 keksiukai). Taigi iš viso buvo $3 \cdot 6 = 18$ keksiukų.

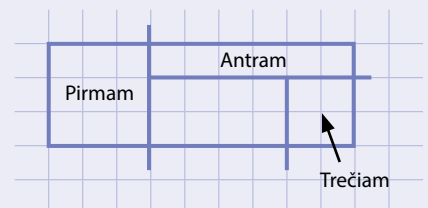
Atsakymas – 18 keksiukų.

18. Kitoje šeimoje taip pat yra trys vaikai. Kartą mama paliko ant stalo saldainių. Atėjo vyriausias sūnus ir trečdalį jų pasiėmė. Vėliau iš mokyklos grįžo vidurinė dukra ir pasiėmė trečdalį likusių. Kai grįžo jauniausia, ji taip pat pasiėmė trečdalį likusių, todėl jai klievo 8 saldainiai. Kiek saldainių buvo palikta ant stalo?

P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? arba į kokius klausimus turite atsakyti, kad gautumėte atsakymą? Kokiu piešiniu galėtumėte pavaizduoti šias saldainių dalybas? Keliais langeliais reikėtų pavaizduoti visus saldainius, kad būtų galima tris kartus dalinti į tris dalis?



S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą. *Kitas sprendimo būdas.* Situaciją vaizduodami piešiniu languotame lape visiems saldainiams paskiriame, pvz., 27 langelius (juos patogiu „pjaustyti“ trečdaliais). Matome, kad jauniausiam vaikui klievo 4 langeliai arba 8 saldainiai, tad 27 langeliai atitinka 54 saldainius.

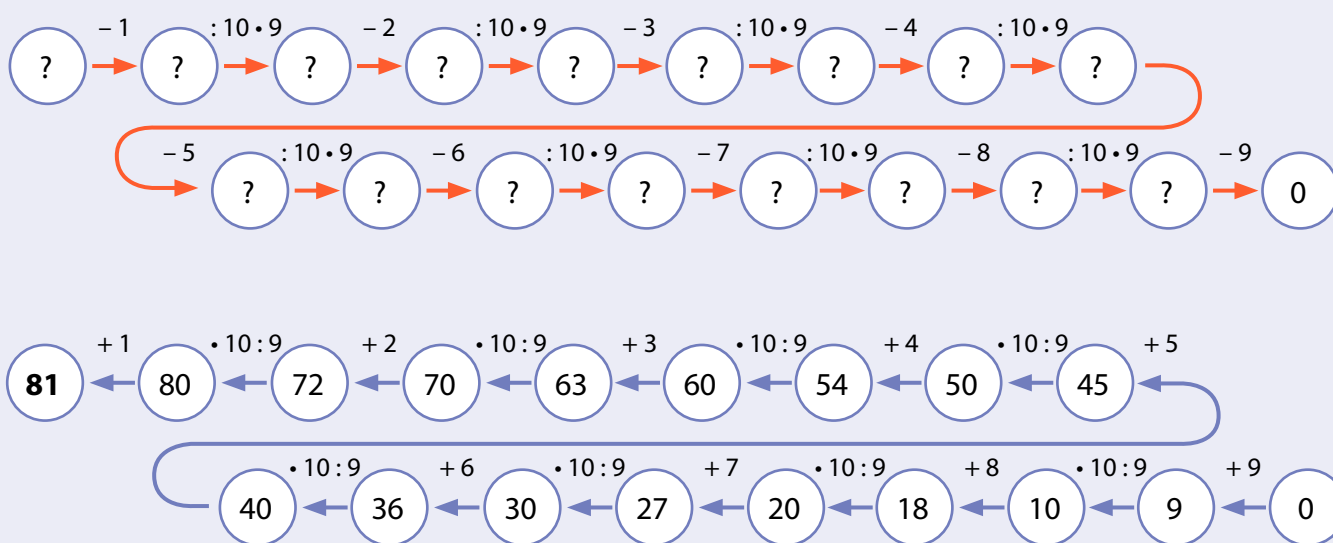


Atsakymas – 54 saldainiai.

9. Sprendžiame nuo galo

19. Vienas matematikos būrelio užsiėmimas buvo tikrai įsimintinas. Pirmam atėjusiam vadovas davė 1 saldainį ir dešimtadalį likusių. Antras, tik pravėręs duris, gavo du saldainius ir dešimtadalį likusių ir t. t. Devintas gavo 9 saldainius ir dešimtadalį likusių. Kai dešimtas atėjo įgnas, jam saldainių jau buvo nelikę. Kiek saldainių buvo išdalinta pirmiems devyniems?

P. Kokia schema tinka pavaizduoti šiam uždaviniui? Labai svarbu nustatyti, kiek tiksliai gavo devintas vaikas.



S. Jei devintam gavus 9 saldainius ir dešimtadalį likusių, nebeliko nieko, tai tas „dešimtadalis“ buvo tiesiog nulis. Taigi devintas gavo lygiai 9 saldainius. Todėl pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – 81 saldainis.

20. Šalia kelio iš vienos pusės buvo pasodinta medžių, o kitais metais į kiekvieną tarpą tarp dviejų medžių buvo pasodinta po naują medį, tad iš viso susidarė 29 medžių alėja. Kiek medžių buvo pasodinta iš pradžių?

P. Pavaizduokite situaciją piešiniu. Suporuokite medžius *senas + naujas*. Ar lieka kuris nors be poros? Paskaičiavę poras, galėsite sužinoti, kiek naujų medžių buvo pasodinta.

S. Poruojant medžius *senas + naujas*, lieka paskutinis *senas* medis be poros. Vadinasi, yra 28 medžiai poromis. Taigi 14 porų. Taip pat yra 14 *naujų* medžių, o *senų* – 15.

Atsakymas – 15.

9. Sprendžiame nuo galo

21. Šalia kelio iš vienos pusės buvo pasodinta medžių, o kitais metais į kiekvieną tarpą tarp dviejų medžių pasodino po naują medį. Trečiais metais vėl į kiekvieną tarpą tarp dviejų medžių pasodino po naują medį, tad iš viso susidarė 2017 medžių alėja. Kiek medžių buvo pasodinta iš pradžių?

P. Pirmiausia nustatykite, kiek medžių buvo po antro sodinimo.

S. Pavadiname medžius, kurie augo po dvejų metų, *senesniais*, o kitus – *naujausiais*. Vėl suporuokime *senesnis* + *naujausias*, liks paskutinis *senesnis* medis be poros. Vadinasi, yra 2016 medžių poromis. Taigi 1008 poros. Taip pat yra 1008 *naujausi* medžiai, o *senesnių* – 1009.

Kaip susidarė tie 1009 medžiai? Jei antro sodinimo medžius pavadintume *naujesniais*, o pirmojo – *seniausiais*, būtų 1008 medžiai poromis *naujesnis* + *seniausias*. Taigi 504 poros, atitinkamai 504 *naujesni* medžiai ir 505 *senesni*.

Atsakymas – 505.

22. Buvo nubrėžta tiesė ir joje pažymėti keli taškai. Tuomet tarp kiekvienų dviejų taškų pažymėta dar po tašką. Vėliau tai padaryta dar kartą ir dar kartą. Kiek taškų buvo pažymėta iš pradžių, jei pabaigoje tiesėje iš viso buvo pažymėti 65 taškai?

P. Kiek taškų buvo prieš pažymint paskutiniuosius? O dar anksčiau?

S. Naudojant išmoktą poravimo būdą, nesunku nustatyti, kad 65 taškai gauti iš 33 taškų, tie 33 – iš 17 taškų, o tie 17 – iš pradinių 9.

Atsakymas – 9.

Pastaba mokytojui. 7–8 klasių mokinių galima prašyti išspręsti ir sudarant lygtį. Jei pradžioje buvo n taškų, tai prisidėjo $n - 1$ taškas. Kai buvo $(2n - 1)$ taškas, prisidėjo $(2n - 2)$ taškai. Kai buvo $(4n - 3)$ taškai, prisidėjo $(4n - 4)$ taškai. Pagal sąlygą $8n - 7 = 65$, todėl $n = 9$.

23. Buvo nubrėžta tiesė ir joje pažymėti keli taškai. Tuomet tarp kiekvienų dviejų taškų pažymėta dar po tašką. Paskui tarp kiekvienų dviejų taškų pažymėta dar po 2 taškus. Galiausiai tarp kiekvienų dviejų taškų pažymėta dar po 3 taškus. Kiek taškų buvo pažymėta iš pradžių, jei pabaigoje tiesėje iš viso buvo pažymėti 49 taškai?

P. Kiek taškų buvo prieš pažymint paskutiniuosius? Kad tai nustatytumėte, sugrupuokite *senesnius* taškus su *naujausiais*.

S. Iš pradžių vietoj poravimo naudotinas toks grupavimas: 1 *senesnis* taškas + 3 *naujausi*. Liks vienas (kraštinis) *senesnis* taškas be grupės. *Naujausių* grupių yra $(49 - 1) : 4 = 12$. Vadinasi, *senesnių* taškų buvo $12 + 1 = 13$. Kaip susidarė tie 13 taškų? Dabar grupuojam 1 *senesnis* taškas + 2 *naujesni*. Tokių grupių buvo $(13 - 1) : 3 = 4$. Taigi po pirmojo taškų pridėjimo buvo $4 + 1 = 5$ taškai. Naudojant išmoktą poravimo būdą, nesunku nustatyti, kad 5 taškai gauti iš 3 taškų, tai ir yra uždavinio atsakymas.

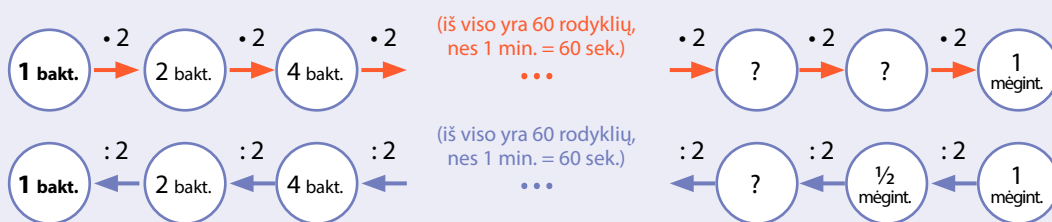
Atsakymas – 3.

9. Sprendžiame nuo galo

24. Į mėgintuvėlį įleidžiama viena bakterija. Po sekundės ji skyla į dvi bakterijas. Kiekviena iš atsiradusių bakterijų po sekundės skyla į dvi bakterijas ir t. t. Po minutės visas mėgintuvėlis jau buvo pilnas bakterijų.

- a) Po kurio laiko lygiai pusė mėgintuvėlio buvo pripildyta bakterijų?
b) Per kiek laiko užsipildytų mėgintuvėlis, jei į jį iš pradžių būtų įleistos 4 bakterijos?

P. Sugalvokite schemą arba – dar geriau – piešinių seką šiai situacijai pavaizduoti.



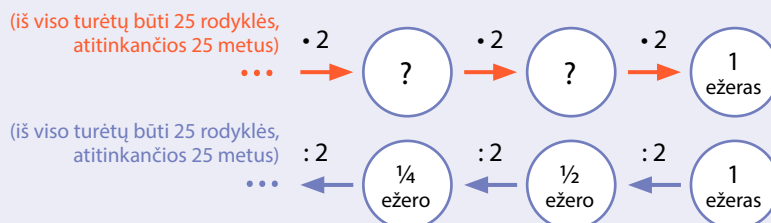
Pastaba – bakt. – bakterija, mėgint. – mėgintuvėlis.

S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Kiekviena rodyklė atitinka 1 sekundę. Padarę vieną žingsnį atgal gautume a dalies atsakymą. Nuo 1 bakterijos iki pusės mėgintuvėlio viena rodykle mažiau, taigi 1 sekunde mažiau. B dalies atsakymas matomas iš 2-os schemas: nuo 1 bakterijos iki 1 mėgintuvėlio 60 rodyklių (sekundžių), o nuo 4 bakterijų iki 1 mėgintuvėlio 58 rodyklės (sekundės).

Atsakymai – a) 59 sekundės, b) 58 sekundės.

25. Ežere auga meldai. Jei žmonės jų neiškerta, per metus meldų dengiamas plotas padvigubėja. Jei žmonės nesikištų, per 25 metus ežeras visiškai užaugtų meldais. Per kiek laiko ketvirtadalis ežero apaugtų meldais, jei žmonės nieko nedarytų?

P. Sugalvokite schemą arba – dar geriau – piešinių seką šiai situacijai pavaizduoti.



S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – po 23 metų.

9. Sprendžiame nuo galo

26. Du plėšikai žaidė kortomis. Iš pradžių pirmas pralošė antram pusę savo auksinių monetų, paskui antras pirmam pralošė pusę turimų auksinių monetų. Tuomet vėl pirmas pralošė antram pusę turimų auksinių monetų. Kiek monetų turėjo kiekvienas iš jų iš pradžių, jei dabar pirmas turi 15, o antras – 33 monetas?

P. Jei braižytumėte schemą, reikėtų dviejų eilučių (stulpelių). Tad geriau iškart pildyti tokią ar panašią lentelę (žinoma, pradėdant nuo apačios).

Pirmas turi	Antras turi	Momentas
:2 ↓		Pradžia (prieš pralošiant pirmam)
	:2 ↓	Prieš pralošiant antram
:2 ↓		Prieš antrąkart pralošiant pirmam
↓ 15	33	Pabaiga

S.

Pirmas turi	Antras turi	Momentas
24 (= $12 \cdot 2$)	24 (= $36 - 12$)	Pradžia (prieš pralošiant pirmam)
12 (= $30 - 18$)	36 (= $18 \cdot 2$)	Prieš pralošiant antram ↑
30 (= $15 \cdot 2$)	18 (= $33 - 15$)	Prieš antrąkart pralošiant pirmam ↑
15	33	Pabaiga ↑

Atkreipkite dėmesį, kad jei pirmu žingsniu nustatote, kad pirmas pralošė 15 monetų, vadinasi, būtent tiek jų gavo antras. Taip pat yra svarbu pastebėti, kad bendras monetų skaičius bet kuriuo momentu išlieka toks pats – 48.

Atsakymas – abu turėjo po 24 monetas.

27. Du plėšikai žaidė kortomis. Iš pradžių pirmas pralošė antram pusę savo auksinių monetų, paskui antras pralošė pirmam pusę turimų auksinių monetų. Tuomet vėl pirmas antram pralošė pusę turimų auksinių monetų. Kiek monetų turėjo kiekvienas iš jų iš pradžių, jei dabar pirmas turi 50, o antras – 110 monetų?

P. Sudarykite lentelę šiam uždaviniui išspręsti.

S. Langelius užpildę nuo apačios, gauname tokią lentelę.

Pirmas turi	Antras turi	Momentas
80 (= $40 \cdot 2$)	80 (= $120 - 40$)	Pradžia (prieš pralošiant pirmam)
40 (= $100 - 60$)	120 (= $60 \cdot 2$)	Prieš pralošiant antram ↑
100 (= $50 \cdot 2$)	60 (= $110 - 50$)	Prieš antrąkart pralošiant pirmam ↑
50	110	Pabaiga ↑

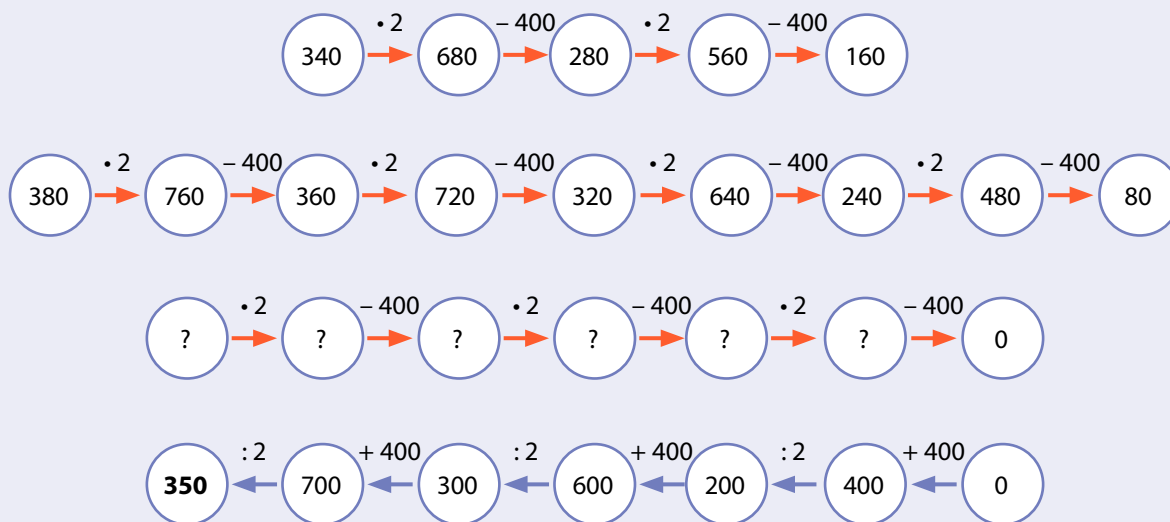
Atsakymas – abu turėjo po 80 monetų.

9. Sprendžiame nuo galo

28. Tie, kas Laukiniuose vakaruose turėdavo bent 200 dolerių, galėdavo žaisti „Pinigų salę“. Šis žaidimas vyksta taip: kiekvienam, įžengusiam į salę, išmokama tiek pinigų, kiek jis turi atsinešęs su savimi, bet už šią paslaugą imamas 400 dolerių mokestis. Ir taip kartojama tiek kartų, kiek tik nori (arba kol žaidėjui lieka mažiau nei 200 dolerių).

- Kiek kartų galėtumėte sužaisti šį žaidimą, jei turite 340 dolerių?
- Kiek kartų galėtumėte sužaisti šį žaidimą, jei turite 380 dolerių?
- Kaubojus Džo tris kartus sužaidė šį žaidimą ir jam neliko pinigų. Kokią sumą jis buvo atsinešęs?
- Su kokia **mažiausia** pinigų suma galėtumėte šį žaidimą žaisti be galo ilgai?

- P.**
- ir b) tiesiog pritaikykite žaidimo taisykles ir nuosekliai užrašykite, kaip keičiasi turima suma.
 - Sudarykite schemą, kaip jau esate ne kartą darę.
 - Kokią pradinę pinigų sumą turint ir žaidžiant, pinigų vis mažėja? O nuo kokios pradinės sumos nemažėja?



- S.**
- Pakanka pagal taisykles nuosekliai rašyti. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Iš viso **2 kartai**.
 - Pakanka pagal taisykles nuosekliai rašyti. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 2-ą schemą). Iš viso **4 kartai**.
 - Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 3-ą schemą). Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 4-ą schemą. Vadinasi, Kaubojus Džo buvo atsinešęs **350 dolerių**.
 - Pabandžius kelias pradines sumas, matyti, kad jei turima mažiau nei 400 dolerių, žaidžiant pinigų suma mažėja, pradėjus nuo daugiau nei 400 dolerių, pinigų suma didėja. O su lygiai **400 dolerių** ji nekinta.

Atsakymai: a) 2 kartai, b) 4 kartai, c) 350 dolerių, d) 400 dolerių.

9. Sprendžiame nuo galo

29. 48 degtukai išdėlioti į tris krūvelės. Jei iš pirmos krūvelės perdėtume į antrą tiek, kiek yra antroje, paskui iš antros perdėtume į trečią tiek, kiek yra trečioje ir, pagaliau, iš trečios perdėtume į pirmą tiek, kiek tuo metu būtų pirmoje, tai visose krūvelėse degtukų būtų po lygiai. Kiek degtukų yra kiekvienoje krūvelėje?

P. Jei braižytumėte lentelę, škart reikėtų trijų eilučių (stulpelių). Tad geriau iškart pildyti tokią ar panašią lentelę (žinoma, pradėdant nuo apačios).

Pirmoje krūvelėje	Antroje krūvelėje	Trečioje krūvelėje	Momentas
	$\cdot 2 \downarrow$		Pradžia
		$\cdot 2 \downarrow$	Po pirmo perdėjimo
$\cdot 2 \downarrow$			Po antro perdėjimo
$\downarrow 48 : 3$	$48 : 3$	$48 : 3$	Pabaiga

S. Langelius užpildę nuo apačios, gauname tokią lentelę.

Pirmoje krūvelėje	Antroje krūvelėje	Trečioje krūvelėje	Momentas
22 (= 8 + 14)	14 (= 28 : 2)	12	Pradžia
8	28 (= 16 + 12)	12 (= 24 : 2)	Po pirmo perdėjimo ↑
8 (= 16 : 2)	16	24 (= 16 + 8)	Po antro perdėjimo ↑
16	16	16	Pabaiga ↑

Atsakymas – pirmoje buvo 22, antroje – 14, trečioje – 12.

30. Trys broliai burtų keliu pasidalijo 120 saldinių. Tuomet vyriausias likusiems dviem atidavė po tiek saldinių, kiek tie turėjo iš pradžių. Paskui vidurinis davė kitiems dviem po tiek saldinių, kiek jie tuo metu turėjo. Galiausiai jauniausias vyresniems davė po tiek saldinių, kiek jie tuo metu turėjo. Po tokių dalybų visi jie turėjo po lygiai saldinių. Kiek saldinių turėjo kiekvienas jų iš pradžių?

P. Sudarykite lentelę šiam uždaviniui išspręsti.

S. Langelius užpildę nuo apačios, gauname tokią lentelę.

Vyriausias	Vidurinis	Jauniausias	Momentas
65 (= 10 + 20 + 35)	35 (= 70 : 2)	20 (= 40 : 2)	Pradžia
10 (= 20 : 2)	70 (= 20 + 10 + 40)	40 (= 80 : 2)	Po vyriausio atidavimo ↑
20 (= 40 : 2)	20 (= 40 : 2)	80 (= 40 + 20 + 20)	Po vidurinio atidavimo ↑
40	40	40	Pabaiga (po jauniausio atidavimo) ↑

Atsakymai: iš pradžių vyriausias turėjo 65, vidurinis – 35, jauniausias – 20.

9. Sprendžiame nuo galo

31. Tėtis paskubomis padalijo trims savo sūnums 24 pyragaičius, tad kiekvienam klievo trimis mažiau, nei jam yra metų. Jauniausias tarė savo broliams: „Padarykim taip. Aš pasiliksiu sau pusę pyragaičių, o kitą pusę padalysiu jums abiem po lygiai. Tada tegul vidurinis brolis pasi- lieka sau pusę tuo metu turimų pyragaičių, o kitą pusę padalija man ir vyriausiam po lygiai. O pabaigoje tegul vyriausias padaro taip pat.“ Kaip tarė, taip ir padarė. Pasirodo, visi jie tu- rėjo po lygiai pyragaičių. Kiek metų kiekvienam broliui?

P. Sudarykite lentelę. Suskaičiavę, kiek kiekvienam klievo pyragaičių, suskaičiuosite, kiek metų kiekvienam.

S. Langelius užpildę nuo apačios, gauname lentelę.

Vyriausias	Vidurinis	Jauniausias	Momentas
13 (= $14 - 2 : 2$)	7 (= $8 - 2 : 2$)	4 (= $2 \cdot 2$)	Pradžia
14 (= $16 - 4 : 2$)	8 (= $4 \cdot 2$)	2 (= $4 - 4 : 2$)	Po jauniausio atidavimo ↑
16 (= $8 \cdot 2$)	4 (= $8 - 8 : 2$)	4 (= $8 - 8 : 2$)	Po vidurinio atidavimo ↑
8	8	8	Pabaiga (po vyriausio atidavimo) ↑

Atsakymas – vyriausiam – 16 metų, viduriniam – 10, jauniausiam – 7.

32. Vieną kartą tris draugus apėmė dosnumas: Andrius davė Jonui ir Tomui po tiek saldainių, kiek tie turėjo iš pradžių. Tada Jonas davė Andriui ir Tomui po tiek saldainių, kiek jie tuo metu turė- jo. Galiausiai Tomas davė Andriui ir Jonui po tiek saldainių, kiek jie tuo metu turėjo. Jei Tomas ir pradžioje, ir pabaigoje turėjo po 36 saldainius, tai kiek jų turėjo visi trys draugai kartu?

P. Sudarykite lentelę šiam uždaviniui išspręsti. Atkreipkite dėmesį, kad neprivalote rasti, kiek saldainių turėjo pradžioje kiekvienas.

S. Langelius užpildę nuo apačios, gauname tokią lentelę.

Andrius	Jonas	Tomas	Momentas
		36	Pradžia
		72 (= $36 \cdot 2$)	Po Andriaus atidavimo ↑
		144 (= $72 \cdot 2$)	Po Jono atidavimo ↑
		36	Pabaiga (po Tomo atidavimo) ↑

Nors galima sudaryti lentelę su visų draugų stulpeliais, bet pildyti galime tik vieną – Tomo stulpelį.

Svarbiausias klausimas, į kurį galime atsakyti iš įrašytų duomenų, yra „Kiek saldainių išdali- jo draugams Tomas?“ ($144 - 36 = 108$). Vadinasi, Andrius su Jonu tuo metu turėjo 108 sal- dainius. Taigi visi kartu turėjo $108 + 144 = 252$. O žinant, kad bendra saldainių suma visada lieka ta pati, tai tiek pat visi draugai turėjo ir pradžioje.

Atsakymas – visi trys draugai kartu turėjo 252 saldainius.

9. Sprendžiame nuo galo

33. Vieną savaitę netoli Bermudų trikampio vyko žuvų kautynės. Pirmadienį kiekviena piranija surijo lygiai po 1 barakudą. Antradienį kiekviena išgyvenusi barakuda surijo po 1 piraniją. Trečiadienį vėl kiekviena išgyvenusi piranija surijo po 1 barakudą. Taip tęsėsi iki sekmadienio, kai paskutinė piranija surijo paskutinę barakudą. Kiek žuvų pradėjo kautynes?

P. Sudarykite lentelę šiam uždaviniui išspręsti.

S. Langelius užpildę nuo apačios, gauname tokią lentelę.

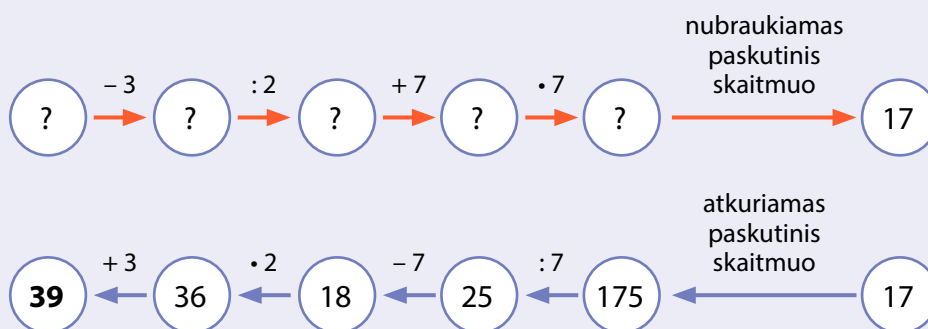
Piranijos	Barakudos	Momentas
13	21 (= 8 + 13)	Pradžia
13 (= 5 + 8)	8	Po pirmadienio ↑
5	8 (= 3 + 5)	Po antradienio ↑
5 (= 2 + 3)	3	Po trečiadienio ↑
2	3 (= 1 + 2)	Po ketvirtadienio ↑
2 (= 1 + 1)	1	Po penktadienio ↑
1	1 (= 1 + 0)	Po šeštadienio ↑
1	0	Pabaiga (po sekmadienio) ↑

Atsakymas – kautynes pradėjo 34 žuvys (13 piranijų ir 21 barakuda).

34. Andrėja sugalvojo skaičių, atėmė iš jo 3, gautą skirtumą padalijo iš 2, prie dalmens pridėjo 7, tą sumą padaugino iš 7 ir, nubraukusi paskutinį skaitmenį, gavo 17.

Kokį skaičių sugalvojo Andrėja?

P. Sudarę schemą nustatykite, koks buvo nubrauktasis skaitmuo.



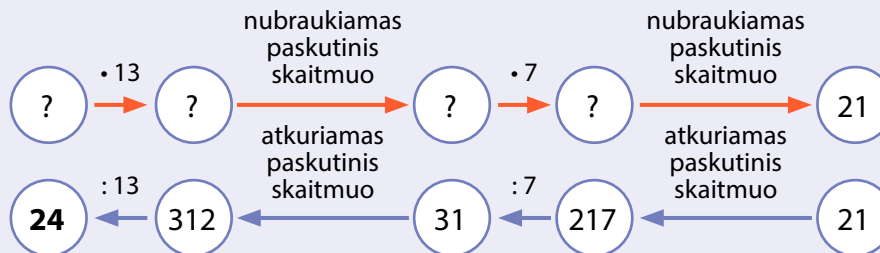
S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Kad triženklis $17X$ dalytųsi iš 7, X turi būti 5. Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – 39.

9. Sprendžiame nuo galo

35. Sugalvojau sveikąjį skaičių, padauginau jį iš 13, nubraukiau paskutinį skaitmenį, gautą skaičių padauginau iš 7, nubraukiau paskutinį skaitmenį ir gavau 21. Kokį skaičių aš buvau sugalvojęs?

P. Sudarę schemą, du kartus nustatykite, koks buvo nubrauktasis skaitmuo.

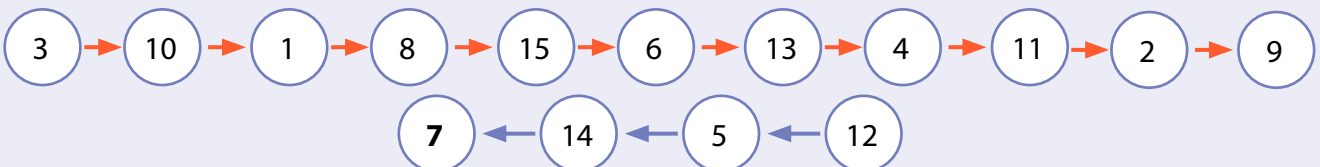


- S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). Kad triženklis $21X$ dalytųsi iš 7, X turi būti 0 arba 7. Tuomet po pirmojo nubraukimo būtų gautas skaičius 30 arba 31. Joks triženklis $30X$ nėra trylikos kartotinis. O kad triženklis $31X$ dalytųsi iš 13, X turi būti 2. Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą.

Atsakymas – 24.

36. 15-os aukštų name yra liftas, o jame – tik du mygtukai: „+7“ (pakilti per 7 aukštus) ir „-9“ (nusileisti per 9 aukštus). Ar galima iš trečio aukšto liftu pasiekti dvyliką?

P. Galima skaičiuoti ir nuo pradžių, bet nesuklysite spęsdami nuo galo.



- S. Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą). O iš 9-o aukšto jau niekur nepakilsite. Užpildę skrituliukus nuo galo link pradžios (iš dešinės į kairę) gauname 2-ą schemą. Į 7-ą aukštą iš niekur neįmanoma pakliūti.

Atsakymas – negalima.

37. Su skaičiais leidžiama atlikti du veiksmus – arba padvigubinti, arba bet kuria tvarka perstatyti skaitmenis (tik draudžiama 0 perkelti į skaičiaus pradžią). Ar galima šių veiksmų pagalba iš 1 gauti 74 arba 68?

P. Nesuklysite pasirinkę spęsti nuo galo.

- S. 74 galima gauti tik iš 37 arba iš 47. Abu šie skaičiai nelyginiai, tad jų nebuvo galima gauti dvigubinant. 37 galėjome gauti iš 73. Aklavietė. Taigi neįmanoma.

68 galima gauti tik iš 34 arba 86. Bet 34 galima gauti tik iš 43 arba 17, o 17 – tik iš 71. Be to, 86 galima dar gauti iš 43, bet ir vėl aklavietė.

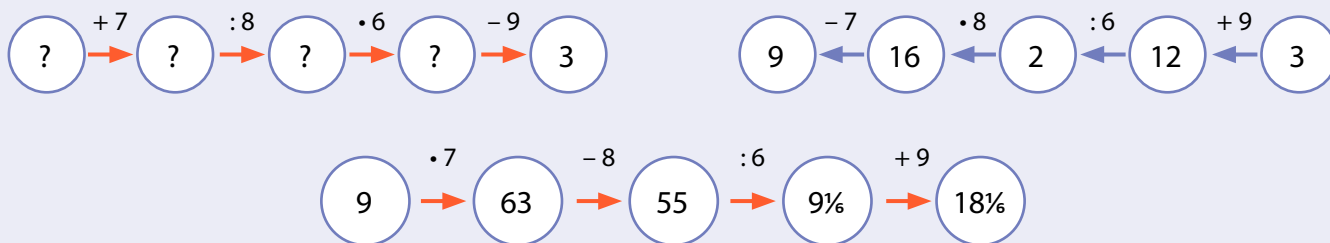
Atsakymas – nei 68, nei 74 neįmanoma gauti.

9. Sprendžiame nuo galo

7–8 klasės

38. Onutė sako draugui Petriukui: „Jei prie savo per trimestrą praleistų pamokų skaičiaus pridėtum 7, gautą sumą padalytum iš 8, tada padaugintum iš 6 ir atimtum 9, tai gautum pirminį skaičių.“ Bet Petriukas viską supainiojo, tad savo per trimestrą praleistų pamokų skaičių padaugino iš 7, iš sandaugos atėmė 8, tada padalijo iš 6 ir pridėjo 9. Kokį atsakymą gavo Petriukas?

P. Pirmiausia nustatykite, kokį pirminį skaičių turėjo gauti Petriukas (atkreipkite dėmesį į paskutinius veiksmus – jie nurodys, iš ko dalus tas pirminis skaičius). Žinoma, sudarykite schemą ir ją užpildykite nuo galo.



S. Padauginus iš 6, turėjo gautis sveikasis skaičius, nes atėmus 9, gautas pirminis (= sveikasis skaičius). Be to, tas sveikasis skaičius turi būti dalus iš 3, nes ankstesnis veiksmas (dalyba iš 8) dalumo iš 3 nekeitė. Kadangi 9 taip pat dalus iš 3, tai atėmus 9, turi likti trejeto kartotinis. O vienintelis pirminis trejeto kartotinis yra 3. Dabar jau žinome, koks skaičius turi būti 1-os schemos paskutiniame skrituliuke. Pildydami schemą nuo galo (iš dešinės į kairę), gauname 2-ą schemą. Vadinasi, Petriukas atliko tokius veiksmus kaip 3-ioje schemoje.

Atsakymas – $18\frac{1}{2}$.

39. Visi natūralieji skaičiai nuo 1 iki 1000 buvo išrašyti į eilę tokiu būdu: pirmiausia didėjimo tvarka buvo surašyti skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 1, tuomet taip pat didėjimo tvarka skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 2, vėliau, laikantis to paties principo, ir tie, kurių skaitmenų suma lygi 3 ir t. t. Kurioje šios eilės vietoje atsidūrė skaičius 996?

P. Būtinai pradėkite nuo galo, kitaip sugaišite labai daug laiko.

S. Skaičiaus 996 skaitmenų suma yra 24 ir jis yra didžiausias iš turinčių tokią sumą. Po jo yra tik 6 skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 25 (799, 979, 997, 988, 889, 898), 3 skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 26, ir 1 skaičius, kurio skaitmenų suma lygi 27. Atmetę 10 iš 1000, gauname, kad 996 yra 990-oje vietoje.

Atsakymas – 990-oje vietoje.

9. Sprendžiame nuo galo

7–8 klasės

40. Ratu išdėlioti tokie 9 skaitmenys: 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0. Kiekvieną minutę atliekama tokia operacija: tarp bet kurių dviejų vienodų skaitmenų įrašomas 0, o tarp bet kurių dviejų skirtingų skaitmenų – 1. Paskui senieji skaitmenys nutrinami. Ar gali po kurio laiko likti visi vienodi skaitmenys?

P. Spręskite šį uždavinį nuo galo.

S. Tarkime, po tam tikro laiko visi skaitmenys tapo vienodi. O kokie skaitmenys tuomet buvo prieš tai? Jei visi būtų tapę nuliais, tai prieš tai visos gretimos poros turėjo būti vienodos, taigi arba visi skaitmenys buvo nuliai, arba visi vienetai. Kad visi taptų vienetais, visos gretimos poros turėjo būti skirtingos, bet neįmanoma išdėlioti 9 skaitmenų (nulių ir vienetų) ratu, kad visi gretimi būtų skirtingi (jei norite įrodyti šį teiginį, naudokite prieštaros metodą). Vadinasi, žiūrint nuo galo, visada turėjo būti situacija → visi nuliai → visi nuliai → visi nuliai → visi nuliai. Matome, kad niekad nepateksime į situaciją, kai skaitmenys yra skirtingi.

Atsakymas – negali.

41. Ratu išdėlioti 9 skaitmenys – kažkiek nulių, o likusieji – vienetai. Be to, ne visi skaitmenys yra vienodi. Kiekvieną minutę atliekama tokia operacija: tarp bet kurių dviejų vienodų skaitmenų įrašomas 0, o tarp bet kurių dviejų skirtingų skaitmenų – 1. Paskui senieji skaitmenys nutrinami. Ar gali po kurio laiko likti visi vienodi skaitmenys?

P. Spręskite šį uždavinį nuo galo.

S. Tarkime, po tam tikro laiko visi skaitmenys tapo vienodi. O kokie skaitmenys tuomet buvo prieš tai? Jei visi būtų tapę nuliais, tai prieš tai visos gretimos poros turėjo būti vienodos, taigi arba visi skaitmenys buvo nuliai, arba visi vienetai. Kad visi taptų vienetais, visos gretimos poros turėjo būti skirtingos, bet neįmanoma išdėlioti 9 skaitmenų (nulių ir vienetų) ratu, kad visi gretimi būtų skirtingi (jei norite įrodyti šį teiginį, naudokite prieštaros metodą). Vadinasi, žiūrint nuo galo, visada turėjo būti situacija → visi nuliai → visi nuliai → visi nuliai → visi nuliai. Matome, kad niekada nepateksime į situaciją, kai yra skirtingi skaitmenys.

Atsakymas – negali.