

2. Kombinatorika, I dalis

Variantų perrinkimo uždaviniai

Įvadas

Sprendžiant uždavinius, kuriuose prašoma išvardyti arba suskaičiuoti galimus variantus, svarbiausia atkreipti dėmesį į šiuos du dalykus:

1. Nepraleisti nė vieno varianto.
2. Nesuskaičiuoti kurio nors iš variantų keletą kartų.

Skaiciuojant galimus variantus, patartina vadovautis šiais principais, kurie padės išvengti klaidų:

1. Rašyti (arba išdėstyti jau užrašytus) variantus didėjimo arba mažėjimo tvarka.
 2. Grupuoti variantus po kelis pagal tam tikrą panašumą.
 3. Remtis ankstesniais (panašiais) uždaviniais, kurių atsakymas jau žinomas.
- Nebūtina vadovautis visais trimis iškart – pakanka bet kurio vieno.

Pavyzdys. Jei jau išrašyti visi triženkliai skaičiai, sudaryti iš skirtingų skaitmenų 1, 2 arba 3, užduotį suskaičiuoti visus keturženklus skaičius, sudarytus iš skirtingų skaitmenų 1, 2, 3 arba 4, galima atlikti trejopai:

- a) išrašant didėjimo tvarka visus skaičius: 1234, 1243, 1324, 1342 ir t. t.;
- b) grupuojant pagal paskutinį skaitmenį ir išrašant visus galimus variantus;
- c) remiantis išspręstu uždaviniu teigti: „Kai užrašytas pirmas skaitmuo, lieka dar trys skaitmenys, kuriuos galėsimė išdėlioti 6 būdais (tiek pat, kiek ir su skaitmenimis 1, 2, 3). Vadinasi, 6 būdai su vienetu priekyje, 6 būdai su dvejetu priekyje, 6 būdai su trejetu priekyje ir 6 būdai su ketvertu priekyje. Iš viso 24 būdai / skaičiai.“

1. Pirmokas Jonukas moka parašyti tik A ir M raides. Jis užrašo dvi raides paeiliui.

- a) Kiek skirtingų raidžių derinių jis gali sudaryti?
- b) Kiek skirtingų raidžių derinių jis sudarys, jei abi užrašytos raidės turi būti skirtingos?

Atsakydami į abu klausimus, užrašykite visus galimus raidžių derinius.

Sprendimas.

Atsakymas.

2. Kiek skirtingų dviženklių skaičių galima sudaryti iš skaitmenų 1, 2 ir 3, jei abu skaičiaus skaitmenys privalo būti skirtingi? Užrašykite visus tokius skaičius.

Sprendimas.

Atsakymas.

3. Jonukas (tas, kuris mokėjo parašyti tik A ir M raides) išmoko parašyti dar ir raidę K. Jis užrašo dvi raides paeiliui.

- a) Kiek skirtingų raidžių derinių jis gali sudaryti?
- b) Kiek skirtingų raidžių derinių jis gali sudaryti, jei abi užrašytos raidės turi būti skirtingos?

Atsakydami į abu klausimus, užrašykite visus galimus raidžių derinius.

Sprendimas.

Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

4. Taigi Jonukas moka parašyti tris raides: A, K ir M. Jis užrašo tris raides paeiliui. Kiek skirtingų raidžių derinių jis gali sudaryti, jei visos trys užrašytos raidės turi būti skirtingos? Užrašykite visus galimus raidžių derinius.

Sprendimas.

Atsakymas.

5. Petraičių šeima (tėtė Antanas, mama Marytė ir jų sūnus Karolis) išsinuomojo trivietę valtį. Keliais būdais jie gali susėsti valtyje? Pavaizduokite visus galimus susėdimo būdus.

Sprendimas.

Atsakymas.



6. Kiek skirtingų triženklių skaičių galima užrašyti, naudojant tik skaitmenis 1 ir 2 (skaitmenys skaičiuje gali kartotis)? Surašykite tuos skaičius didėjimo tvarka.

Sprendimas.

Atsakymas.

7. Seifo kodas yra triženklis skaičius, sudarytas iš skirtingų skaitmenų. Kiek kodų galima sudaryti naudojant tik skaitmenis 1, 3 ir 5? Užrašykite visus galimus kodus.

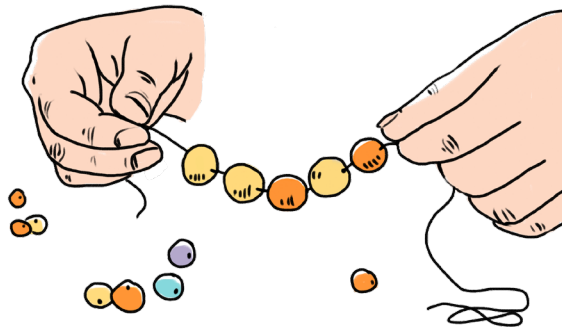
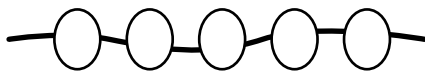
Sprendimas.

Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

15. Ema ketina eilute ant virvutės suverti 3 geltonus ir 2 oranžinius karoliukus. Kiek skirtingų vėrinų tokiu būdu ji gali gauti? (Vėrinį galima sukoti ir vartyti.) Nupieškite ar užrašykite visus būdus.

Sprendimas.

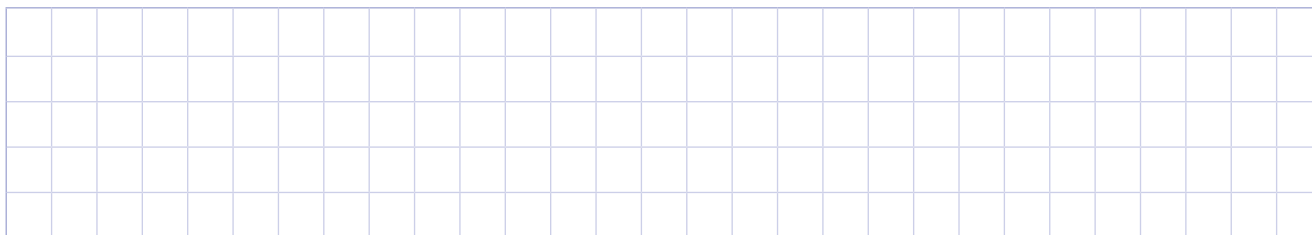


Atsakymas.

16. Jonuko klasėje kiekvienas iš vaikų gavo po 18 vienodų degtukų. Kiekvienas sudėliojo po stačiakampį, panaudodami visus savo degtukus ir nė vieno neperlauždami. Kiek daugiausiai skirtingų stačiakampių galima sudaryti visoje klasėje?

Sprendimas.

Atsakymas.



17. Adomas turi tris korteles, ant kurių užrašyti skaičiai 1, 3 ir 5. Beata turi kitas tris korteles, ant kurių užrašyti skaičiai 2, 4 ir 6. Jei kiekvienas iš jų nežiūrėdamas išsitrauks po kortelę, kokia gali būti tų kortelių suma? Nurodykite visus galimus variantus.

Sprendimas.

Atsakymas.

18. Pasirenkame du skirtingus skaičius iš 1, 2, 3, 4, 5 ir juos sudedame. Kiek skirtingų sumų taip galime gauti? Užrašykite visas galimas sumas.

Sprendimas.

Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

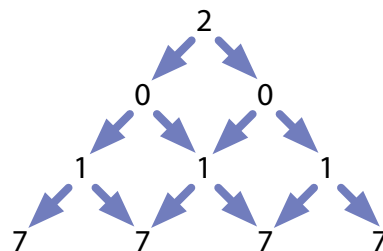
19. Darželyje liko 1 raudona, 1 mėlyna, 1 geltona ir 1 balta gėlė. Bitė Maja kiekvieną gėlę aplanko tik vieną kartą. Ji pradeda nuo raudonos gėlės ir niekada nuo geltonos gėlės neskrenda tiesiai prie baltos. Keliais būdais Maja gali apskristi visas gėles?

Sprendimas.

Atsakymas.

20. Keliaujant diagrama pagal rodykles, kiek būdų galima rasti, kad gautumėte skaitmenis 2, 0, 1, 7?

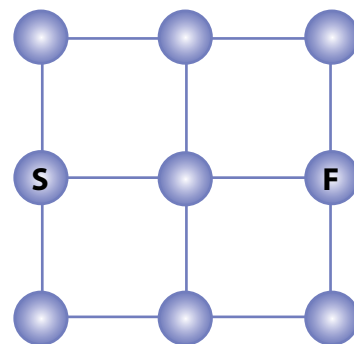
Sprendimas.



Atsakymas.

21. Kengūra iš skritulio S turi nušoliuoti į skritulį F. Vienu šuoliu iš skritulio ji gali išilgai linijos šokti į gretimą skritulį. Į jau aplankytą skritulį šokti negalima. Kiek yra skirtingų kelių, kuriais kengūra, atlikusi **keturis** šuolius, pasieks skritulį F?

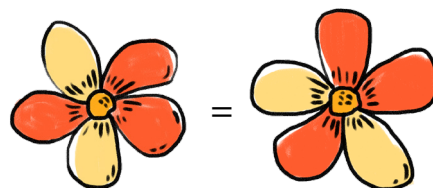
Sprendimas.



Atsakymas.

22. Lina nupiešė gėlytę su 5 žiedlapiais ir norėtų ją nuspalvinti, tačiau teturi dvi spalvas – raudoną ir geltoną. Kiek skirtingų gėlyčių Lina gali nupiešti, jeigu kiekvieną žiedlapį spalvina viena spalva? (Abu paveikslėliai vaizduoja tą pačią gėlytę.)

Sprendimas.

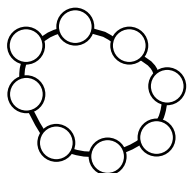


Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

23. Šįkart Ema ketina suverti ant virvutės ratuku 6 geltonus ir 2 oranžinius karoliukus. Kiek skirtingų vėrinų ji gaus? (Vėrinį galima sukioti ir vartyti.) Nupieškite juos visus.

Sprendimas.



Atsakymas.

24. Keturženklis skaičius vadinamas *įspūdingu*, jei jo skaitmenų suma ne mažesnė kaip 35. Kiek iš viso yra *įspūdingų* skaičių? Užrašykite juos visus.

Sprendimas.

Atsakymas.

25. Kiek yra skaičių, didesnių už 10, bet ne didesnių už 31, kurie užrašomi vien tik skaitmenimis 1, 2, 3? (Skaitmenys tuose skaičiuose gali kartotis.) Užrašykite juos visus.

Sprendimas.

Atsakymas.

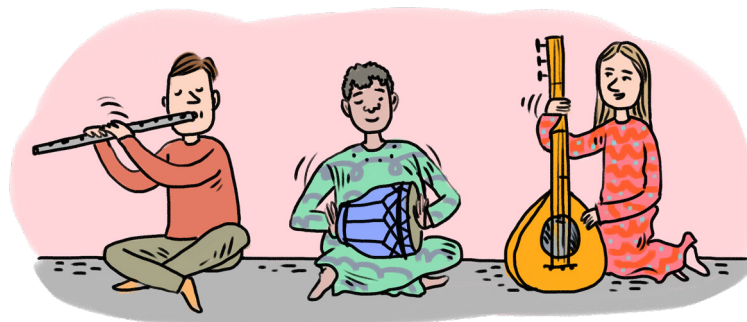
26. Kiek yra dviženklų skaičių, kurių abu skaitmenys nelyginiai ir skirtingi? Užrašykite juos visus.

Sprendimas.

Atsakymas.

27. Meno vadovas nori sudaryti trio iš fleitininko, būgnininko ir gitaristo ir gali rinktis iš dviejų fleitininkų, dviejų būgnininkų ir dviejų gitaristų. Jis nusprendė paklausti kiekvienos galimos trio sudėties grojimo. Kiek perklausų jam reikės?

Sprendimas.



Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

28. Į tuščius lentelės 2×2 langelius Tomas nori įrašyti tokius du natūraliuosius skaičius, kad visų lentelėje esančių skaičių sandauga būtų lygi 90. Keliais būdais Tomas gali užpildyti lentelę?

Sprendimas.

Atsakymas.

5																			
2																			

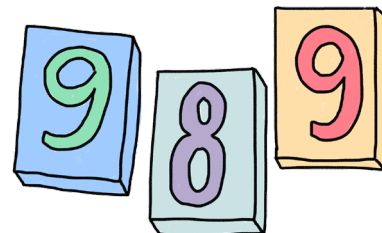
29. Kiek yra triženkliai skaičiai, kurių skaitmenų sandauga lygi 6? Užrašykite juos visus.

Sprendimas.

Atsakymas.

30. Paveikslėlyje pavaizduotos trys kortelės. Iš jų galima sudaryti įvairius skaičius, pavyzdžiui, 989 ar 986. Kiek triženkliai skaičiai galima sudaryti iš šių kortelių? Užrašykite juos visus.

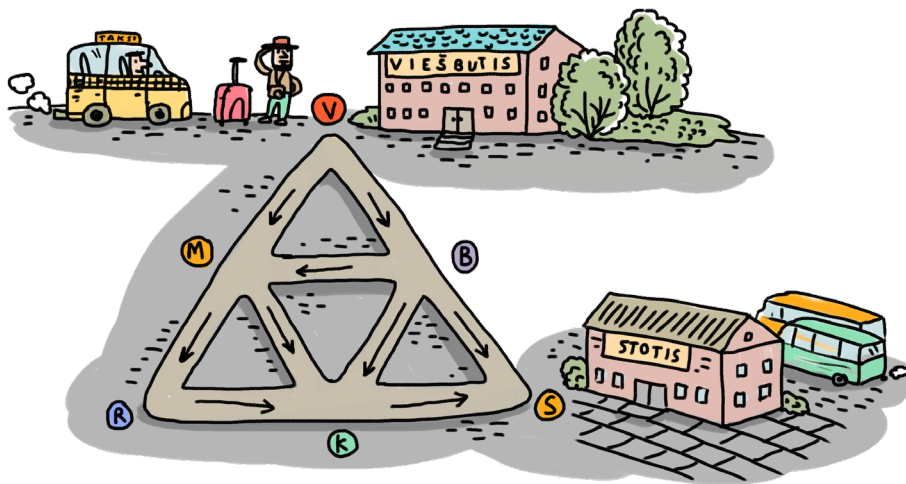
Sprendimas.



Atsakymas.

31. Turistas iš viešbučio, pažymėto raide V, turi nuvažiuoti į stotį, pažymėtą raide S. Važiuoti galima tik rodyklės kryptimi. Kiek yra skirtingų būdų nuvažiuoti iš V į S?

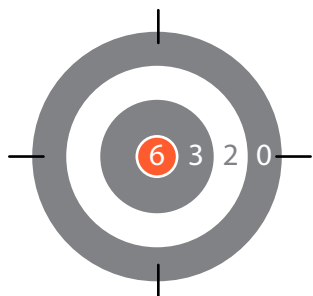
Sprendimas.



Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

32.



Į taikinį metant strėlytę galima gauti 2, 3 arba 6 taškus ir 0 taškų nepataikius. Kiek gali būti skirtingų rezultatų (taškų sumų) metant į taikinį dvi strėlytes? Užrašykite visas galimas sumas.

Sprendimas.

Atsakymas.

33.

Ponas ir ponia Jankauskai turi du paauglius vaikus. Kai jie susėda į savo automobilį, du asmenys sėdi priekyje ir du gale, be to, vienas iš tėvų vairuoja. Keliais skirtingais būdais gali sėdėti jų šeima?

Sprendimas.



Atsakymas.

34.

Šeštadieninėje mokyklėlėje vyksta 4 pamokos: dvi matematikos ir po vieną gamtos mokslų bei socialinių įgūdžių. Keliais skirtingais būdais galima sudaryti tvarkaraštį, jei:

- Abi matematikos pamokos privalo eiti iš eilės?
- Abi matematikos pamokos nebūtinai privalo (bet gali) eiti iš eilės?

Sprendimas.

Atsakymas.

35.

Pavaizduota lenta sudaryta iš 20 langelių 1×1 . Keliais būdais galima uždengti jos 18 baltų langelių devyniais stačiakampiais kauliukais 1×2 ? (Lentos sukioti negalima. Du būdai laikomi skirtingais, jeigu bent vienas kauliukas padėtas kitaip.)

Sprendimas.

Atsakymas.

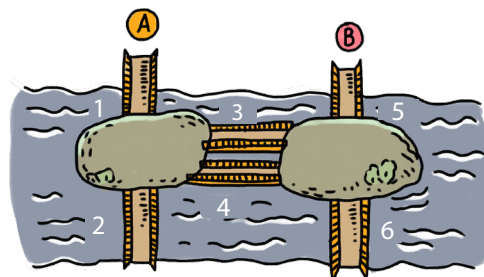


2. Kombinatorika, I dalis

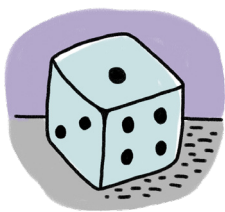
36. Per miestą teka upė, kurioje yra dvi salos. Salas jungia 6 tiltai. Iš taško A reikia patekti į tašką B, pradedant 1 tiltu ir po vieną kartą pereinant kiekvieną tiltą. Keliais maršrutais tai galima padaryti? Užrašykite juos visus.

Sprendimas.

Atsakymas.



37. Skaičiai nuo 1 iki 6 ant lošimo kauliuko sienelių pavaizduoti taškeliais. Be to, priešingose sienelėse esančių taškelių suma yra lygi 7. Jei sudėtume trijų tarpusavyje besiliečiančių sienelių taškus, kiek skirtingų sumų galėtume gauti? (Pvz., paveikslėlyje matomų taškų suma lygi $1 + 2 + 4 = 7$.) Užrašykite jas visas.



Sprendimas.

Atsakymas.

38. Neįprasto lošimo kauliuko šešiose sienelėse yra skaičiai 1, 2, 3, 5, 7, 9. Jei paridentume du tokius kauliukus ir sudėtume abu viršuje atsiradusius skaičius, kiek skirtingų sumų gautume? Užrašykite jas visas.

Sprendimas.

Atsakymas.

39. Saulėnė turi 100 kortelių, ant kurių po vieną surašyti visi skaičiai nuo 1 iki 100. Ji suporuoja tas korteles, kurių suma lygi 50 (pvz., 12 ir 38). Kiek kortelių porų ji sudarys?



Sprendimas.

Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

40. Keliais būdais skaičių 50 galima užrašyti kaip dviejų dviženklų skaičių skirtumą?

Sprendimas.

Atsakymas.

41. Žilvino krepšinio komandos vaikinai renkasi savo marškinėliams dviženklį skaičių, sudarytą iš skaitmenų 1, 3, 5, 7 ir 9. Abu skaitmenys turi būti skirtingi, be to, joks numeris negali prasidėti 3 ir baigtis 9. Kiek skirtingų numerių marškinėliams jie gali išsirinkti?

Sprendimas.

Atsakymas.



42. Kiek sveikųjų skaičių tarp 700 ir 900 prasideda arba baigiasi 8?

Sprendimas.

Atsakymas.

43. Trys draugai burtų keliu pasidalijo 5 saldinius. Keliais skirtingais būdais tai galėjo įvykti, jei kiekvienas iš jų gavo bent po 1 saldinių?

Sprendimas.

Atsakymas.

44. Iš skaitmenų 4, 5, 6 ir 7 galima sudaryti 24 skirtingus keturženklus skaičius, kuriuose kiekvienas iš skaitmenų panaudotas lygiai po 1 kartą. Jei visus tuos skaičius išrašytume didėjančio tvarka, koks skaičius atsidurtų 16-oje vietoje?

Sprendimas.

Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

45. Visi keturženkliai skaičiai, turintys tokius pat skaitmenis kaip ir skaičius 2011 (du vienetus, vieną nulį ir dvejetą), surašyti iš eilės didėjimo tvarka. Kiek skiriasi du artimiausi skaičiaus 2011 kaimynai?

Sprendimas.

Atsakymas.

46. Mikė sudarinėja skaičius tik iš nulių ir vienetų. Kiek mažiausiai tokių skaičių Mikei užtenka sudėti, kad suma būtų 2013?

Sprendimas.

Atsakymas.

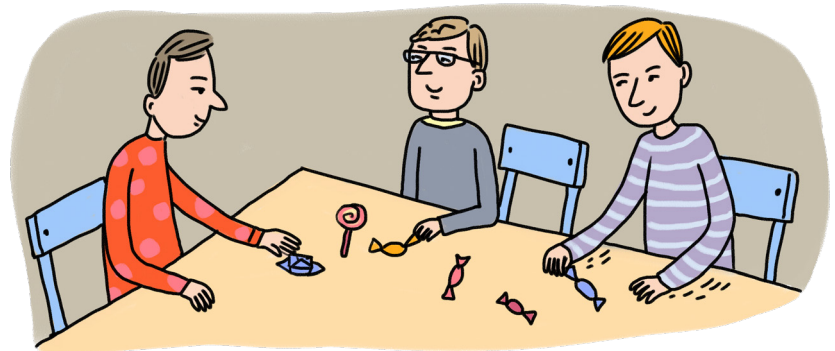
47. Rytis surašė visus skaičius, pasižyminčius tokia savybe: pirmasis skaitmuo yra 1, kiekvienas kitas skaitmuo yra ne mažesnis už prieš jį esantį, o visų skaitmenų suma yra lygi 5. Kiek skaičių užrašė Rytis?

Sprendimas.

Atsakymas.

48. Trys draugai burtų keliu pasidalijo 6 saldinius. Keliais skirtingais būdais tai galėjo įvykti, jei kiekvienas iš jų gavo bent po 1 saldinį?

Sprendimas.



Atsakymas.

2. Kombinatorika, I dalis

49. Skaičius vadinamas *didėjančiu*, jei kiekvienas jo skaitmuo yra didesnis nei jo kaimynas iš kairės (pvz., 2478 yra *didėjančiu*, nes $2 < 4$, $4 < 7$, $7 < 8$). Kiek iš viso yra *didėjančiu* skaičių tarp 4000 ir 5000?

Sprendimas.

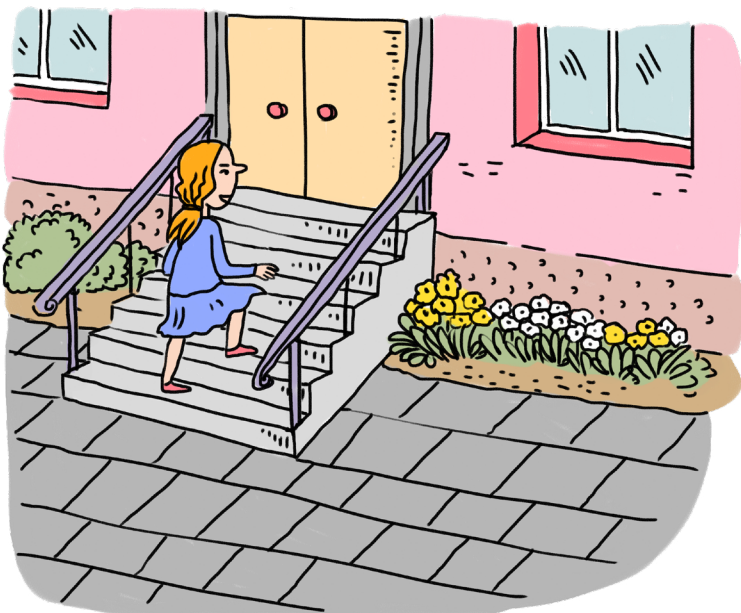
Atsakymas.

50. Voverė prisimena, kad šio medžio trijose drevėse paliko iš viso 5 riešutus, bet neprisimena, kiek kurioje (galbūt 1 arba 2 drevės yra tuščios). Keliais skirtingais būdais gali būti išdėstyti riešutai?

Sprendimas.

Atsakymas.

51. Kad iš lauko atsidurtų mokyklos prieangyje, Agnė turi palypėti 6 laiptelius. Vienu žingsniu ji gali užlipti 1 arba 2, arba 3 laiptelius (pavyzdžiui, iš pradžių 3, tada 1 ir galiausiai 2 laiptelius). Kiek yra skirtingų būdų užlipti iki prieangio?



Sprendimas.

Atsakymas.