



# MATEMATIKA

## Valstybinio brandos egzamino pavyzdinė užduotis

Trukmė – 3 val. (180 min.)

### NURODYMAI

1. Atsakymus į užduoties klausimus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje. Jame galite naudotis pieštuku bei trintuku. Jei neabejojate dėl atsakymo, galite jį iš karto rašyti atsakymų lape.
2. Visus atsakymus į užduočių klausimus privalote tamsiai mėlynai rašančiu rašikliu įrašyti atsakymų lape. Vertinti bus pateikiamas tik atsakymų lapas!
3. Pasirinktus atsakymus į I dalies klausimus atsakymų lape pažymėkite kryželiu  (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Pažymėjus daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas klausimas bus įvertintas 0 taškų.
4. II dalies uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
5. Atsakymų lape skirtoje vietoje įrašykite III dalies uždavinių sprendimus ir atsakymus. Už ribų parašyti atsakymai nebus vertinami.

Linkime sėkmės!

**Matematikos formulės**

$$\mathbf{B} \rightarrow \text{Trikampis. } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R};$$

čia  $a, b, c$  – trikampio kraštinės,  $A, B, C$  – prieš jas esantys kampai,  
 $p$  – pusperimetris,  $r$  ir  $R$  – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spinduliai,  $S$  – plotas.

$$\mathbf{B} \rightarrow \text{Skritulio išpjova. } S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha, \quad l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha;$$

čia  $\alpha$  – centrinio kampo didumas laipsniais,  $S$  – išpjovos plotas,  
 $l$  – išpjovos lanko ilgis,  $R$  – apskritimo spindulys.

$$\mathbf{B} \rightarrow \text{Kūgis. } S_{\text{son. pav.}} = \pi Rl, \quad V = \frac{1}{3} \pi R^2 H.$$

$$\mathbf{B} \rightarrow \text{Rutulys. } S = 4\pi R^2, \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

$$\text{Nupjautinis kūgis. } S_{\text{son. pav.}} = \pi(R+r) \cdot l, \quad V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2);$$

čia  $R$  ir  $r$  – kūgio pagrindų spinduliai,  $V$  – tūris,  $H$  – aukštinė,  $l$  – sudaromoji.

$$\text{Nupjautinės piramidės tūris. } V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2);$$

čia  $S_1, S_2$  – pagrindų plotai,  $H$  – aukštinė.

$$\text{Rutulio nuopjovos tūris. } V = \frac{1}{3} \pi H^2(3R - H);$$

čia  $R$  – spindulys,  $H$  – nuopjovos aukštinė.

$$\text{Vektorių skaliarinė sandauga. } \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha;$$

čia  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{a}\{x_1, y_1, z_1\}$  ir  $\vec{b}\{x_2, y_2, z_2\}$ .

$$\text{Geometrinė progresija. } b_n = b_1 q^{n-1}, \quad S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}.$$

$$\text{Begalinė nykstamoji geometrinė progresija. } S = \frac{b_1}{1-q}.$$

**Trigonometriniai sąryšiai.**

$$\mathbf{B} \rightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha},$$

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha, \quad 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha,$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}, \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

**B→ Sinuso, kosinuso ir tangento reikšmių lentelė.**

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
	<b>0</b>	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
<b>sin <math>\alpha</math></b>	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
<b>cos <math>\alpha</math></b>	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
<b>tg <math>\alpha</math></b>	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

**B→ Trigonometrinės lygtys.**

$$\begin{cases} \sin x = a, \\ x = (-1)^k \arcsin a + \pi k; \quad \text{čia } k \in \mathbf{Z}, -1 \leq a \leq 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = a, \\ x = \pm \arccos a + 2\pi k; \quad \text{čia } k \in \mathbf{Z}, -1 \leq a \leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x = a, \\ x = \operatorname{arctg} a + \pi k; \quad \text{čia } k \in \mathbf{Z}. \end{cases}$$

**Išvestinių skaičiavimo taisyklės.**

**B→**  $(cu)' = cu'$ ;  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ;

$(uv)' = u'v + uv'$ ;

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2};$$

čia  $u = u(x)$  ir  $v = v(x)$  – diferencijuojamos funkcijos,  $c$  – konstanta.

**Funkcijų išvestinės.**  $(a^x)' = a^x \ln a$ ,  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ ;

Sudėtinės funkcijos  $h(x) = g(f(x))$  išvestinė  $h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$ .

**Funkcijos grafiko liestinės taške  $(x_0, f(x_0))$  lygtis.**  $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ .

**Logaritmo pagrindo keitimo formulė.**  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ .

**Deriniai.**  $C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

**Tikimybių teorija ir statistika.** Atsitiktinio dydžio  $X$  matematinė viltis  $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$ ,dispersija  $DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$ . Imties vidurkis  $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ,dispersija  $s^2 = \frac{1}{n-1}((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2)$ .

## I dalis

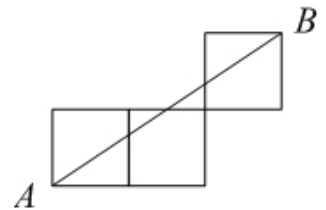
Kiekvienas šios dalies uždavinys turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, Jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu ☒.

**B→ 01.** Kuris iš reiškinių tapatus reiškiniui  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$ , kai  $x > 0$ ?

- A  $\sqrt[3]{x}$       B  $\sqrt[6]{x}$       C  $\sqrt[8]{x}$       D  $\sqrt[3]{x^2}$       E  $\sqrt{x^3}$

**B→ 02.** Kiekvieno paveiksle pavaizduoto kvadrato kraštinės<sup>1</sup> ilgis<sup>2</sup> lygus 1. Kokio ilgio yra atkarpa<sup>3</sup> AB?

- A 5      B  $\sqrt{13}$       C  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$       D  $\sqrt{5}$       E 13



**B→ 03.** Jei  $m \cdot 25^2 = 15^4$ , tai  $m =$

- A  $3^2$       B  $3^4$       C  $\left(\frac{3}{5}\right)^2$       D  $\frac{5}{3^2}$       E  $\left(\frac{3}{5}\right)^4$

<sup>1</sup> kraštinė – bok – сторона

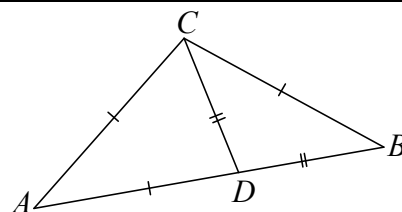
<sup>2</sup> ilgis – długość – длина

<sup>3</sup> atkarpa – odcinek – отрезок

**B→ 04.** Daiva į banką, kuris moka 10 % sudėtinių metinių palūkanų, padėjo 1000 Lt. Kokia bus jos indėlio ir palūkanų suma po dvejų metų?

- A** 1210 Lt    **B** 1200 Lt    **C** 2000 Lt    **D** 1120 Lt    **E** 1020 Lt

**B→ 05.** Duotas lygiašonis trikampis<sup>1</sup>  $ABC$ , kurio  $CA = CB$ . Kraštinėje  $AB$  taip pažymėtas taškas  $D$ , kad  $AD = AC$  ir  $DB = DC$ . Kokio didumo yra kampas  $ABC$ ?



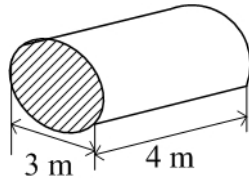
- A**  $108^\circ$     **B**  $72^\circ$     **C**  $60^\circ$     **D**  $36^\circ$     **E**  $18^\circ$

**B→ 06.** Vytautas pamiršo savo kompiuterio kodą, bet atsimena, kad jis yra keturženklis skaičius, sudarytas iš šių skaitmenų: 1, 1, 5, 5. Kiek daugiausia skirtingų kodų jam gali tekti surinkti atrakinant kompiuterį?

- A** 24    **B** 12    **C** 8    **D** 6    **E** 4

<sup>1</sup> lygiašonis trikampis – trójkat równoramienny – равнобедренный треугольник

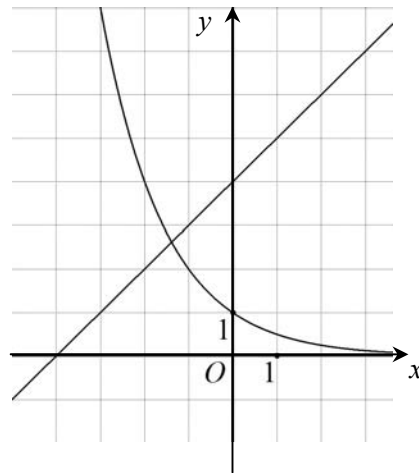
**B→ 07.** Remdamiesi brėžinyje pateiktais duomenimis, apskaičiuokite ritinio<sup>1</sup> tūrį<sup>2</sup>.



- A**  $9\pi m^3$       **B**  $12\pi m^3$       **C**  $18\pi m^3$       **D**  $24\pi m^3$       **E**  $36\pi m^3$

**B→ 08.** Kurios lygties<sup>3</sup> sprendimą iliustruoja paveiksle pavaizduoti grafikai?

- A**  $2^{-x} = 4 - x$   
**B**  $2^x = x + 4$   
**C**  $2^{-x} = 4 + x$   
**D**  $2^x = 4 - x$   
**E**  $2^{-x} = x - 4$



**09.**  $\int_{-1}^2 x^2 dx =$

- A**  $\frac{7}{3}$       **B**  $\frac{8}{3}$       **C** 3      **D** 6      **E** 8

**10.** Žinomi du geometrinės progresijos<sup>4</sup> nariai:  $b_5 = 5!$  ir  $b_6 = 6!$ . Koks bus ketvirtasis šios progresijos narys  $b_4$ ?

- A** 6      **B** 12      **C** 20      **D** 24      **E** 60

<sup>1</sup> ritinys – walec – цилиндр

<sup>2</sup> tūris – objętość – объём

<sup>3</sup> lygtis – równanie – уравнение

<sup>4</sup> geometrinė progresija – postęp geometryczny – геометрическая прогрессия

11. Apskaičiuokite  $\log_2 3 \cdot \log_3 4$ .

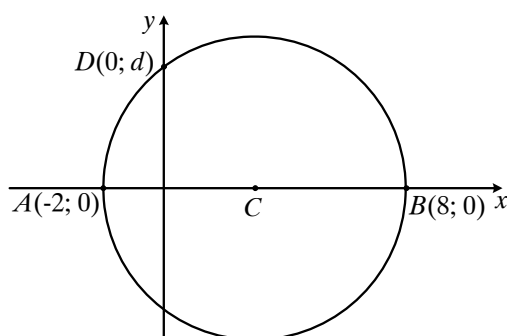
- A 12      B 6      C 4      D 3      E 2

12. Kuriam intervalui priklauso  $\sin \alpha$  reikšmės, kai  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$ ?

- A  $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$       B  $[0; 1]$       C  $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$       D  $\left[-1; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$       E  $[-1; 0]$

13. Apskritimo<sup>1</sup> skersmuo<sup>2</sup>  $AB$ , o centras taškas  $C$ . Kokia bus taško  $D$ , priklausančio apskritimui, ordinatė  $d$ ?

- A 3      B  $2\sqrt{3}$       C 4      D 5      E 6

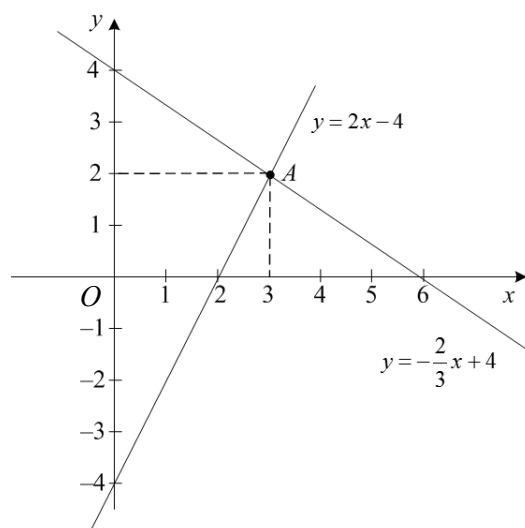


14. Funkcijų  $y = 2x - 4$  ir  $y = -\frac{2}{3}x + 4$  grafikai kertasi taške  $A(3; 2)$ . Nagrinėjama funkcija

$$f(x) = (2x - 4) \left(-\frac{2}{3}x + 4\right).$$

Kuris teiginys yra **klaidingas**?

- A  $f(x) < 0$ , kai  $x < 2$ .  
 B Funkcijos  $f(x)$  reikšmės intervale  $(5; 6)$  mažėja.  
 C Lygtis  $f(x) = -3$  turi du sprendinius.  
 D Funkcijos  $f(x)$  grafikas turi simetrijos ašį.  
 E Funkcija  $f(x)$  didžiausią reikšmę įgyja, kai  $x = 3$ .



<sup>1</sup> apskritimas – okrag – окружность

<sup>2</sup> skersmuo – średnica – диаметр

## II dalis

Išspręskite 15–25 uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą. Kiekvieno šių uždavinių (jų dalių) teisingas atsakymas vertinamas 2 taškais.

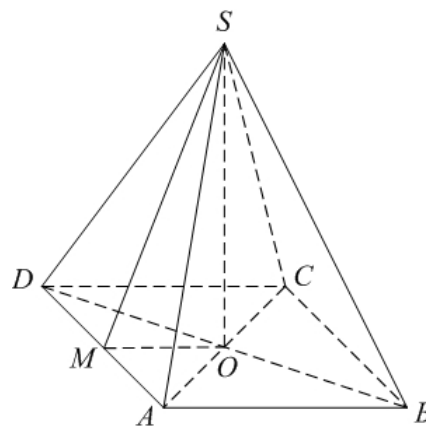
**B→ 15.** Jei  $ac + ad + bc + bd = 68$  ir  $c + d = 4$ , tai  $a + b + c + d =$

**B→ 16.** Iš visų dviženklį skaičių aibės atsitiktinai paimamas vienas skaičius. Apskaičiuokite tikimybę<sup>1</sup>, kad šis skaičius sudarytas iš vienodų skaitmenų.

**B→ 17.** Taisyklingosios keturkampės piramidės  $SABCD$  pagrindo kraštinės ilgis lygus 10, šoninės briaunos<sup>2</sup> –  $5\sqrt{5}$ . Taškas  $M$  yra pagrindo kraštinės  $AD$  vidurio taškas.

17.1. Apskaičiuokite atkarpos  $SM$  ilgį.

17.2. Apskaičiuokite kampo  $SMO$  didumą.



**B→ 18.** Apskaičiuokite reiškinių  $|x| + |x + 2|$  skaitinę reikšmę, kai  $x \in (-2; 0)$ .

<sup>1</sup> tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

<sup>2</sup> briauna – krawędź – ребро



*Juodraštis*

**B→19.** Apskaičiuokite reiškinio  $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$  skaitinę reikšmę, kai  $\frac{x}{y} = -1$ .

---

**B→20.** Išspręskite nelygybę<sup>1</sup>  $\left(\frac{1}{5}\right)^x < 0,04$ .

---

**21.** Apskaičiuokite nelyginių natūraliųjų skaičių sumą:

$$1 + 3 + 5 + \dots + 59.$$

---

**22.** Naudodamiesi lentelėje pateiktomis funkcijos  $y = \ln(2^x)$  reikšmėmis, nustatykite  $p$  reikšmę.

$x$	0	0,5	1	1,5
$y$	0	0,3466	$p$	1,0397

---

<sup>1</sup> nelygybė – nierówność – неравенство

*Juodraštis*

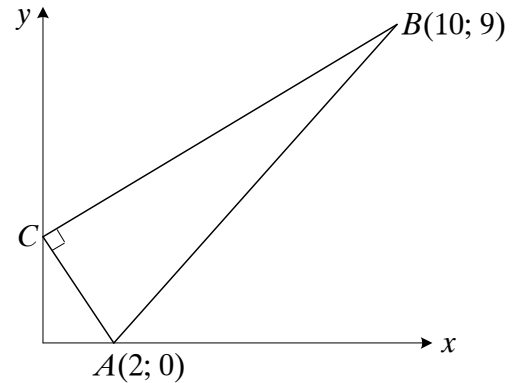
23. Taisyklingasis daugiakampis<sup>1</sup> turi 35 įstrižaines<sup>2</sup>. Kiek jis turi viršūnių?

24. Trikampis  $ABC$  – statusis<sup>3</sup>. Žinomos dviejų jo viršūnių koordinatės:  $A(2; 0)$ ,  $B(10; 9)$ .

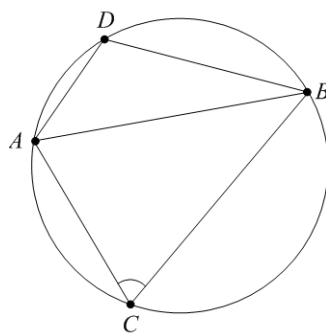
24.1. Užrašykite tiesės<sup>4</sup>, einančios per taškus  $A$  ir  $B$ , lygtį.

24.2. Nustatykite apskritimo, apibrėžto apie trikampį  $ABC$ , centro koordinates.

24.3. Nustatykite vektorių  $\overrightarrow{CB}$  ir  $\overrightarrow{CA}$  skaliarinės sandaugos reikšmę.



25. Styga  $AB$  dalija apskritimą į du lankus, kurių ilgių santykis lygus  $\frac{7}{5}$ . Pasirinktas didesniojo lanko taškas  $C$ , mažesniojo – taškas  $D$ . Apskaičiuokite kampo  $ACB$  didumą laipsniais.



<sup>1</sup> daugiakampis – wielokąt – многогранник

<sup>2</sup> įstrižainė – przekątna – диагональ

<sup>3</sup> statusis – prostokątny – прямоугольный

<sup>4</sup> tiesė – prosta – прямая

*Juodraštis*

**III dalis**

*Kiekvieno šios dalies uždavinio sprendimą ir atsakymą įrašykite į ATSAKYMŲ LAPĄ.*

---

- B→26.** Dviejuose kibiruose buvo po 2 litrus vandens. Iš pirmo kibiro į antrą buvo perpilta 10 % ten buvusio vandens. Vėliau iš antro kibiro į pirmą buvo perpilta 10 % ten esančio vandens. Kiek dabar vandens (litrais) viename kibire yra daugiau negu kitame?

*(3 taškai)*

*Juodraštis*

27. Sima, prieš pirkdama naują kompiuterį, atliko mini apklausą. Ji apklausė dvidešimt savo draugų: dešimt, turinčių firmos *A* kompiuterį, ir dešimt, turinčių firmos *B* kompiuterį. Apklausos, kiek metų (1, 2 ar 3) be remonto dirbo jų kompiuteris, rezultatai surašyti lentelėse.

Kiek metų be remonto dirbo firmos <i>A</i> kompiuteris	1	2	3	Iš viso
Atsakymų skaičius	4	3	3	10

Kiek metų be remonto dirbo firmos <i>B</i> kompiuteris	1	2	3	Iš viso
Atsakymų skaičius	3	5	2	10

- B→** 27.1. Kiek vidutiniškai metų be remonto dirbo firmos *A* kompiuteris ir kiek dirbo firmos *B* kompiuteris? (2 taškai)
- 27.2. Apskaičiuavę kiekvienos imties<sup>1</sup> dispersiją jas palyginkite. Kurios firmos kompiuterį patartumėte pirkti Simai? (3 taškai)

*Juodraštis*

---

<sup>1</sup> imtis – gróba – выборка

28. Duotas reiškinys  $\sin^3 x + \cos^3 x \cdot \operatorname{tg} x$ .

**B→** 28.1. Parodykite, kad  $\sin^3 x + \cos^3 x \cdot \operatorname{tg} x = \sin x$ .

(2 taškai)

28.2. Žinoma, kad  $\sin x = \frac{2}{3}$  ir  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$ . Apskaičiuokite  $\sin 2x$ .

(3 taškai)

*Juodraštis*



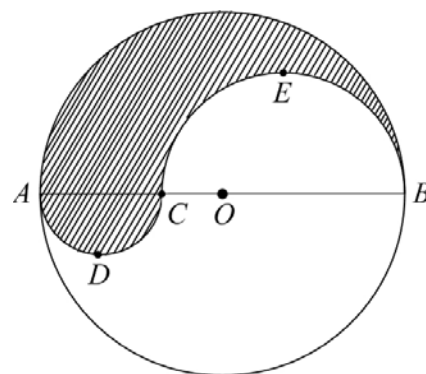
29. Įrodykite, kad trikampis, kurio kraštinių ilgiai  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  ir  $\sqrt{7}$ , yra bukasis<sup>1</sup>.

(3 taškai)

*Juodraštis*

30. Skritulio<sup>2</sup> skersmuo  $AB$ . Skersmenyje taip pažymėtas taškas  $C$ , kad  $CB = 2AC$ . Atkarpa  $AC$  yra pusskritulio  $ADC$  skersmuo ir lygi  $2r$ , o atkarpa  $BC$  – pusskritulio  $CEB$  skersmuo. Apskaičiuokite užbrūkšniuotos dalies plotą<sup>3</sup>.

(3 taškai)



*Juodraštis*

<sup>1</sup> bukasis – rozwartas – тупой

<sup>2</sup> skritulys – okragas – круг

<sup>3</sup> plotas – pole – площадь

**31.** Ūkininkas namo palėpėje įrenginėja lygiašonio trikampio formos langą. Lango šoninės kraštinės ilgis 2 m.

**31.1.** Pažymėję  $x$  (m) trikaūpio lango pagrindo ilgį, parodykite, kad šio lango plotas  $S(x)$  apskaičiuojamas pagal formulę

$$S(x) = \frac{x}{4} \sqrt{16 - x^2}.$$

(2 taškai)

**31.2.** Kokio ilgio turi būti trikaūpio lango pagrindo kraštinė, kad lango plotas būtų didžiausias? Apskaičiuokite šį plotą.

(4 taškai)

*Juodraštis*