



Kandidato (-ės) grupės ir eilės numeris egzamino vykdymo protokole _____

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pagrindinė sesija

2012 m. birželio 6 d.

Trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį bei atsakymų lapą pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų ar kitokio aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. Užrašykite savo grupės ir eilės numerį nurodytoje vietoje ant šio užduoties sąsiuvinio viršelio. Įsitikinkite, kad atsakymų lapas pažymėtas lipduku, kurio numeris sutampa su jūsų eilės numeriu.
3. Bendrojo kurso uždaviniai pažymėti B→. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kokio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neatsakę į kurį nors klausimą, nenusiminkite ir stenkitės atsakyti į kitus.
4. Uždavinių sprendimus / atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Galite naudotis rašymo priemonėmis (pieštuku, tamsiai mėlynai rašančiu rašikliu), trintuku, braižybos įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties. Jei neabejojate dėl atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Atsakymų lape rašykite TIK tamsiai mėlynai rašančiu rašikliu. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite), nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
6. Pasirinktus I dalies uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei bus pažymėta daugiau kaip vienas atsakymo variantas arba pažymėtas neaiškiai, tas klausimas bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
7. II dalies uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
8. Atsakymų lape skirtoje vietoje įrašykite III dalies uždavinių sprendimus ir atsakymus. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami.
9. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.

Linkime sėkmės!

MATEMATIKOS FORMULĖS

$$\mathbf{B} \rightarrow \text{Trikampis. } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R};$$

čia a, b, c – trikampio kraštinės, A, B, C – prieš jas esantys kampai,
 p – pusperimetris, r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spinduliai, S – plotas.

$$\mathbf{B} \rightarrow \text{Skritulio išpjova. } S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha, \quad l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha;$$

čia α – centrinio kampo didumas laipsniais, S – išpjovos plotas,
 l – išpjovos lanko ilgis, R – apskritimo spindulys.

$$\mathbf{B} \rightarrow \text{Kūgis. } S_{\text{šon. pav.}} = \pi Rl, \quad V = \frac{1}{3} \pi R^2 H.$$

$$\mathbf{B} \rightarrow \text{Rutulys. } S = 4\pi R^2, \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

$$\text{Nupjautinis kūgis. } S_{\text{šon. pav.}} = \pi(R+r) \cdot l, \quad V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2);$$

čia R ir r – kūgio pagrindų spinduliai, V – tūris, H – aukštinė, l – sudaromoji.

$$\text{Nupjautinės piramidės tūris. } V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2);$$

čia S_1, S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinė.

$$\text{Rutulio nuopjovos tūris. } V = \frac{1}{3} \pi H^2(3R - H);$$

čia R – spindulys, H – nuopjovos aukštinė.

$$\text{Vektorių skaliarinė sandauga. } \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha;$$

čia α – kampas tarp vektorių $\vec{a} \{x_1, y_1, z_1\}$ ir $\vec{b} \{x_2, y_2, z_2\}$.

$$\text{Geometrinė progresija. } b_n = b_1 q^{n-1}, \quad S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}.$$

$$\text{Begalinė nykstamoji geometrinė progresija. } S = \frac{b_1}{1-q}.$$

Trigonometriniai sąryšiai.

$$\mathbf{B} \rightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha},$$

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha, \quad 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha,$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}, \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

B→ Sinuso, kosinuso ir tangento reikšmių lentelė.

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

B→ Trigonometrinės lygtys.

$$\begin{cases} \sin x = a, \\ x = (-1)^k \arcsin a + \pi k; \end{cases} \quad \text{čia } k \in \mathbf{Z}, -1 \leq a \leq 1;$$

$$\begin{cases} \cos x = a, \\ x = \pm \arccos a + 2\pi k; \end{cases} \quad \text{čia } k \in \mathbf{Z}, -1 \leq a \leq 1; \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x = a, \\ x = \operatorname{arctg} a + \pi k; \end{cases} \quad \text{čia } k \in \mathbf{Z}.$$

Išvestinių skaičiavimo taisyklės.

B→ $(cu)' = cu'$, $(u \pm v)' = u' \pm v'$,

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2};$$

čia $u = u(x)$ ir $v = v(x)$ – diferencijuojamos funkcijos, c – konstanta.

Funkcijų išvestinės. $(a^x)' = a^x \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$;

Sudėtinės funkcijos $h(x) = g(f(x))$ išvestinė $h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$.

Funkcijos grafiko liestinės taške $(x_0, f(x_0))$ lygtis. $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Logaritmo pagrindo keitimo formulė. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Deriniai. $C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Tikimybių teorija ir statistika.

Atsitiktinio dydžio X matematinė viltis $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$,

dispersija $DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$.

Imties vidurkis $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$,

dispersija $s^2 = \frac{1}{n-1}((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2)$.

I dalis

Kiekvienas šios dalies (1–14) uždavinys turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą 1 tašku. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu ☒.

B→01. Kiek natūraliųjų skaičių¹, mažesnių už 50, galima sudaryti iš skaitmenų² 1, 2, 3, jeigu skaitmenys gali pasikartoti?

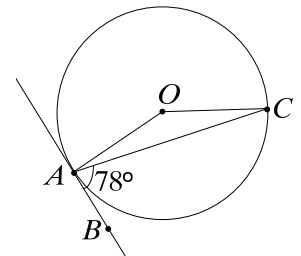
- A** 3 **B** 6 **C** 9 **D** 12 **E** 15

Juodraštis

B→02. Per apskritimo³ tašką A nubrėžta liestinė⁴ AB . Taškas O – apskritimo centras, $\angle CAB = 78^\circ$. Kokio didumo⁵ yra kampas⁶ AOC ?

- A** 132° **B** 138° **C** 144° **D** 150° **E** 156°

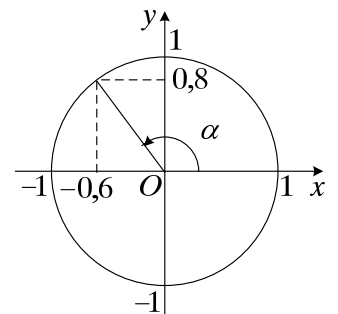
Juodraštis



B→03. Remdamiesi brėžiniu, nustatykite, kam lygus $\cos \alpha$.

- A** $-0,8$ **B** $-0,6$ **C** $0,48$ **D** $0,6$ **E** $0,8$

Juodraštis



¹ natūralieji skaičiai – liczby naturalne – натуральные числа

² skaitmenys – cyfry – цифры

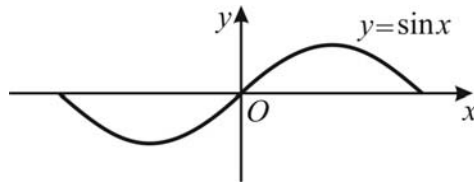
³ apskritimas – okrąg – окружность

⁴ liestinė – styczná – касательная

⁵ didumas – miara – величина

⁶ kampas – kąt – угол

B→04. Kuri lygtis¹ intervale $[-180^\circ; 180^\circ]$ turi du sprendinius²?



- A** $\sin x = -1$ **B** $\sin x = -0,3$ **C** $\sin x = 0$ **D** $\sin x = 1$ **E** $\sin x = 1,3$

Juodraštis

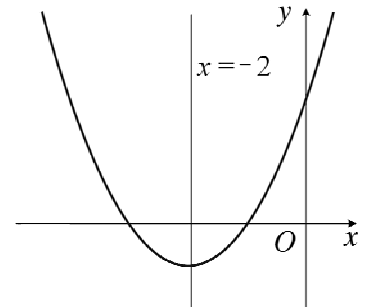
B→05. Skaičiai x ir y yra sveikieji³, x – teigiamas⁴, y – neigiamas⁵. Kiek sveikųjų skaičių yra tarp x ir y (be skaičių x ir y)?

- A** $x + y - 1$ **B** $x + y$ **C** $x - y - 1$ **D** $x - y$ **E** $x - y + 1$

Juodraštis

B→06. Apskaičiuokite skaitinę p reikšmę⁶, su kuria tiesė⁷ $x = -2$ būtų funkcijos $f(x) = x^2 + px + 3$ grafiko simetrijos ašis⁸.

- A** -4 **B** $-\frac{1}{2}$ **C** 0 **D** $\frac{1}{2}$ **E** 4



Juodraštis

¹ lygtis – równanie – уравнение

² sprendinys – rozwiązanie – решение

³ sveikieji skaičiai – liczby całkowite – целые числа

⁴ teigiamas – dodatni – положительный

⁵ neigiamas – ujemny – отрицательный

⁶ skaitinė reikšmė – wartość liczbowa – числовое значение

⁷ tiesė – prosta – прямая

⁸ ašis – oś – ось

07. Kam lygi skaičiaus 4^{14} pusė¹?

- A 2^7 B 4^7 C 4^{13} D 2^{27} E 2^{28}

Juodraštis

08. Kuris teiginys² yra neteisingas³?

- A Jei $a > b$, o c – bet kuris skaičius, tai $a + c > b + c$.
B Jei $a > b$, o c – bet kuris skaičius, tai $a - c > b - c$.
C Jei $a > b$, o c – bet kuris teigiamas skaičius, tai $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.
D Jei $a > b$, tai $a^2 > b^2$, su visomis a ir b reikšmėmis.
E Jei $a > b$, o $b > c$, tai $a > c$.

Juodraštis

09. Į apskritimą įbrėžtas keturkampis⁴, kurio du kampai yra 68° ir 111° didumo. Kokio didumo yra kiti du keturkampio kampai?

- A 67° ir 114°
B 69° ir 110°
C 69° ir 112°
D 80° ir 101°
E 90° ir 91°

Juodraštis

¹ pusė – pół – половина

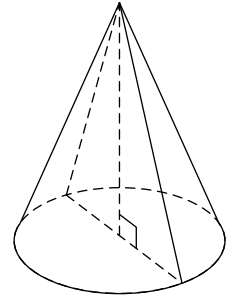
² teiginys – zdanie – утверждение

³ neteisingas – nieprawdziwy – неправильный

⁴ keturkampis – czworokąt – четырёхугольник

10. Kūgio sudaromoji¹ dvigubai ilgesnė už jo pagrindo² spindulį. Kuris teiginys apie šį kūgį³ yra neteisingas?

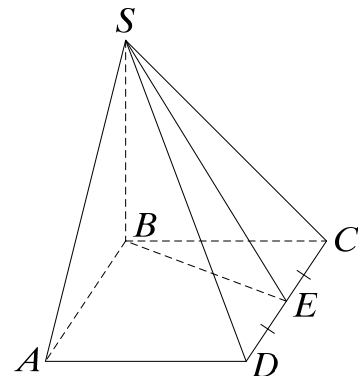
- A Kūgio ašinis pjūvis⁴ yra lygiakraštis trikampis⁵.
- B Kūgio sudaromoji su kūgio aukštine⁶ sudaro 30° kampą.
- C Kūgio sudaromoji pasvirusi⁷ į kūgio pagrindo plokštumą⁸ 60° kampu.
- D Kūgio pagrindo skersmuo dvigubai⁹ ilgesnis už kūgio sudaromąją.
- E Kūgio aukštinė nelygi kūgio pagrindo skersmeniui¹⁰.



Juodraštis

11. Piramidės¹¹ $SABCD$ pagrindas yra stačiakampis¹² $ABCD$, aukštinė – SB . Taškas E – briaunos¹³ CD vidurio taškas¹⁴. Kuris teiginys apie šią piramidę yra neteisingas?

- A $SB \perp AB$
- B $SB \perp BE$
- C $SB \perp DC$
- D $SA \perp AD$
- E $SE \perp DC$



Juodraštis

¹ sudaromoji – tworząca – образующая

² pagrindas – podstawa – основание

³ kūgis – stożek – конус

⁴ ašinis pjūvis – przekrój osiowy – осевое сечение

⁵ lygiakraštis trikampis – równoboczny trójkąt – равносторонний треугольник

⁶ aukštinė – wysokość – высота

⁷ pasvirusi – pochylona – наклонена

⁸ plokštuma – płaszczyzna – плоскость

⁹ dvigubai – podwójnie – вдвойне

¹⁰ skersmuo – średnica – диаметр

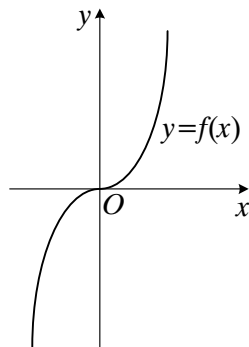
¹¹ piramidė – ostrosłup – пирамида

¹² stačiakampis – prostokąt – прямоугольник

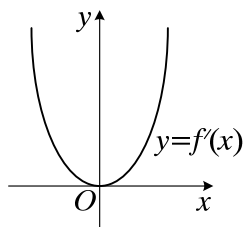
¹³ briauna – krawędź – ребро

¹⁴ vidurio taškas – środek – середина

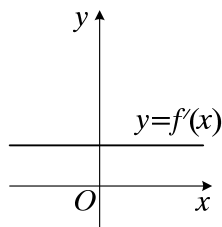
12. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafiko eskizas.



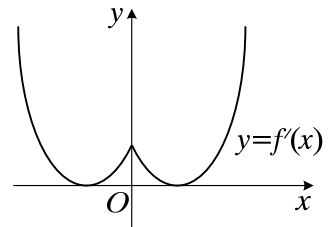
Kuris iš pateiktų eskizų yra funkcijos $y = f'(x)$ grafiko eskizas?



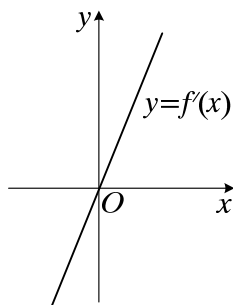
A



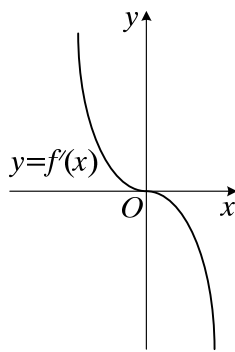
B



C



D



E

Juodraštis

13. Nelygybės¹ $\log_{0,3} x > \log_{0,3} 2$ visų sprendinių aibė² yra:

- A** $(-\infty; 2)$ **B** $(0; 2)$ **C** $(0,3; 2)$ **D** $(0; +\infty)$ **E** $(2; +\infty)$

Juodraštis

14. Kiek triženklių skaičių³, užrašomų skirtingais skaitmenimis, galima sudaryti iš skaitmenų 1, 2, 3, 7?

- A** 4 **B** 6 **C** 8 **D** 12 **E** 24

Juodraštis

¹ nelygybė – nierówność – неравенство

² sprendinių aibė – mnogość / zbiór rozwiązań – множество решений

³ triženklis skaičius – trzycyfrowa liczba – трёхзначное число

II dalis

Kiekvieno šios dalies (15–25) uždavinio teisingas atsakymas vertinamas 2 taškais (kitu atveju vertinama 0 taškų). Išsprendę uždavinius, gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

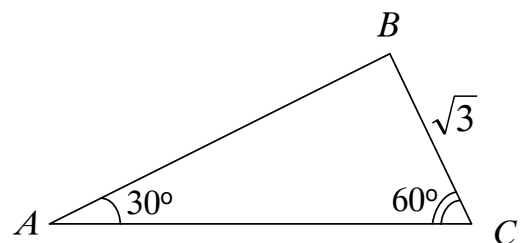
B→15. Dovana kartu su dovanų krepšeliu kainuoja 11 Lt. Dovana yra 10 Lt brangesnė už dovanų krepšelį. Kiek kainuoja dovana?

Juodraštis

B→16. Reiškinių¹ $(1 - \sqrt{2})^2 - \frac{6}{1 + \sqrt{2}}$ užrašykite $p + q\sqrt{2}$ pavidalu; čia p ir q – sveikieji skaičiai.

Juodraštis

B→17. Trikampio² ABC kraštinės³ BC ilgis⁴ $\sqrt{3}$,
 $\angle A = 30^\circ$, o $\angle C = 60^\circ$. Apskaičiuokite kraštinės AB ilgį.



Juodraštis

¹ reiškinys – vyraženie – выражение

² trikampis – trójkat – треугольник

³ kraštinė – bok – сторона

⁴ ilgis – długość – длина

B→18. Kortelės sunumeruotos skirtingais sveikaisiais skaičiais nuo 7 iki 34 imtinai. Atsitiktinai¹ ištraukta viena kortelė. Kokia tikimybė², kad jos numeris yra skaičiaus 6 kartotinis³?

Juodraštis

19. Lagamino kaina 300 Lt. Kiek procentų šią kainą reikėtų sumažinti, kad nauja lagamino kaina būtų 282 Lt?

Juodraštis

¹ atsitiktinai – losowo – случайно

² tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

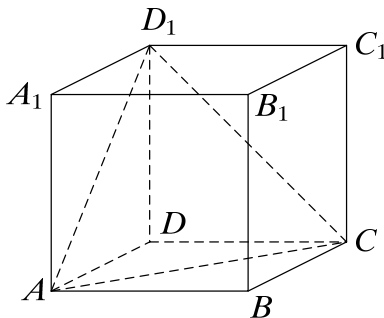
³ kartotinis – wielokrotność – кратное

20. Apskaičiuokite sumą $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10}$.

(Nurodymas. Taikykite tapatybę¹ $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, $n \in N$.)

Juodraštis

21. Kubo² $ABCDA_1B_1C_1D_1$ tūris³ lygus 27. Apskaičiuokite piramidės D_1ACD tūrį.



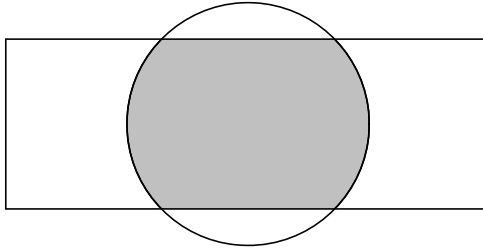
Juodraštis

¹ tapatybė – тождество

² kubas – sześcian – куб

³ tūris – objętość – объём

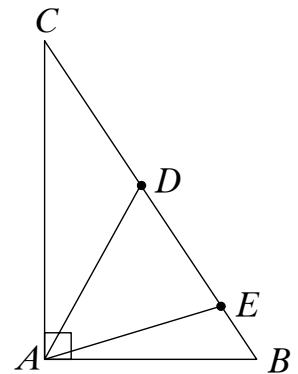
22. Stačiakampio įstrižainių¹ susikirtimo² taškas sutampa su skritulio centru. Stačiakampio ilgis lygus 8, o plotis lygus $2\sqrt{2}$. Skritulio spindulio ilgis lygus 2. Apskaičiuokite stačiakampio ir skritulio bendrosios dalies (pilkosios) plotą³.



Juodraštis

23. Stačiojo trikampio ABC įžambinėje BC taip pažymėti taškai D ir E , kad $CE = AC$ ir $BD = AB$. Nustatykite kampo DAE didumą.

Juodraštis



¹ įstrižainė – przekątna – диагональ

² susikirtimo – przecięcia – пересечения

³ plotas – pole – площадь

24. Su kuria x reikšme vektoriai $\vec{c} = (x - 5)\vec{i} + \vec{j}$ ir $\vec{d} = (2x - 1)\vec{i} - \vec{j}$ yra kolinearūs? (\vec{i} ir \vec{j} – vienetiniai vektoriai¹ koordinatinių ašyse.)

Juodraštis

25. Išspręskite lygtį $\sin x = \cos 15^\circ + \cos 75^\circ$.

Juodraštis

¹ vienetinis vektorius – wektor jednostkowy – единичный вектор

III dalis

Išspręskite 26–31 uždavinius ir gautus sprendimus bei atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

B→26. Apskaičiuokite $f'(-1)$, kai $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(2 taškai)

Juodraštis

B→27. Su kuriomis kintamojo¹ x reikšmėmis reiškinių $x^2 + 1$ skaitinė reikšmė du kartus mažesnė už reiškinių $5x$ skaitinę reikšmę?

(3 taškai)

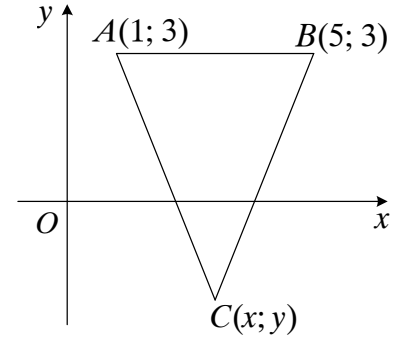
Juodraštis

¹ kintamasis – zmienny – переменная

B→28. Paveiksle pavaizduotas lygiašonis¹ trikampis, kurio $AC = BC$, dvi viršūnės² yra taškuose $A(1; 3)$ ir $B(5; 3)$, o trečioji viršūnė $C(x; y)$ yra žemiau ašies³ Ox . $S_{\triangle ABC} = 10$. Apskaičiuokite taško C koordinates.

Juodraštis

(3 taškai)



29. Apskaičiuokite:

$$999 - 997 + 995 - 993 + \dots + 103 - 101 =$$

Juodraštis

(2 taškai)

¹ lygiašonis – równoramienny – равнобедренный

² viršūnė – wierzchołek – вершина

³ žemiau ašies – niżej osi – ниже оси

30. Visi dėžėje esantys rutuliukai¹ yra vienodo dydžio. Ant kiekvieno rutuliuko užrašytas skaičius 1 arba 2, arba 3, arba 4. Tikimybė ištraukti rutuliuką su skaičiumi 1 lygi $\frac{1}{5}$, su skaičiumi 2 lygi $\frac{2}{5}$, su skaičiumi 4 lygi $\frac{1}{10}$.

B→30.1. Kokiu skaičiumi pažymėtų rutuliukų dėžėje yra daugiausia?

(3 taškai)

Juodraštis

30.2. Iš dėžės traukiami du rutuliukai: ištraukus pirmąjį, užrašomas ant rutuliuko esantis skaičius ir rutuliukas gražinamas² atgal į dėžę, po to traukiamas antrasis rutuliukas ir ant jo užrašytas skaičius sudedamas su prieš tai užrašytuju. Apskaičiuokite tikimybę, kad gautoji suma bus lygi 4.

(2 taškai)

Juodraštis

¹ rutuliukai – kulki – шарики

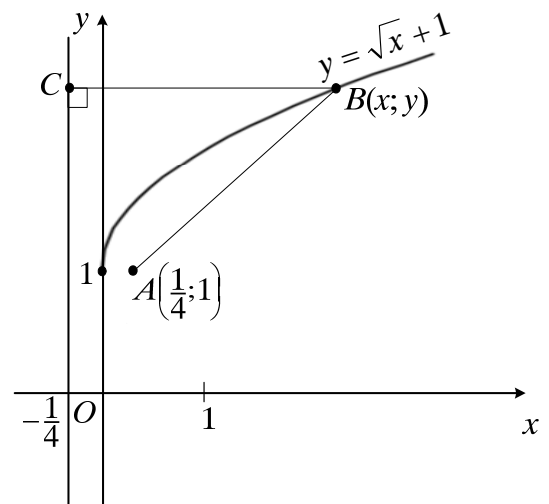
² gražinamas – зwrócony – положенный обратно

31. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = \sqrt{x} + 1$ grafikas, taškas $A\left(\frac{1}{4}; 1\right)$ ir tiesė $x = -\frac{1}{4}$.

31.1. Įrodykite¹, kad atstumas² nuo bet kurio grafiko taško B iki tiesės $x = -\frac{1}{4}$ taško C lygus atstumui tarp taškų A ir B .

(3 taškai)

Juodraštis



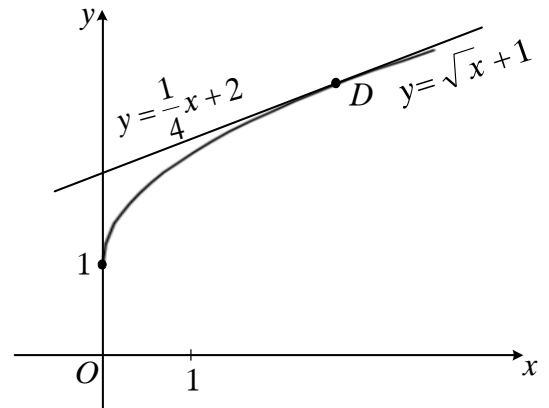
¹ įrodykite – udowodnijcie – докажете

² atstumas – odległość – расстояние

31.2. Funkcijos $y = \sqrt{x} + 1$ grafiko liestinės taške D lygtis yra $y = \frac{1}{4}x + 2$. Apskaičiuokite taško D koordinates.

(3 taškai)

Juodraštis



- 31.3.** Apskaičiuokite plotą užbrūkšniuotos figūros (žr. pav.), kurią riboja funkcijų $y = \sqrt{x} + 1$, $y = 4x - 2$ grafikai bei koordinatinių ašys Ox ir Oy .

(3 taškai)

Juodraštis

