

**2017 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO
UŽDUOTIES VERTINIMO INSTRUKCIJA**
Pagrindinė sesija

I dalis

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ats.	A	B	A	D	C	A	B	C	D	C

II dalis

11.1.	1
11.2.	-7
12.	54
13.1.	$x_A = \frac{1}{2}$ arba 0,5
13.2.	$y_B = 3$ arba 3
13.3.	$x \in (0; 4]$ arba $(0; 4]$, arba $0 < x \leq 4$
13.4.	$f(4) = -2$ arba -2
14.1.	60° arba $\frac{\pi}{3}$
14.2.	1
15.	6 s arba 6
16.	$e^x + xe^x$ arba $e^x(1 + x)$
17.	$f(2) = 0$ arba 0

Pastaba

III dalies sprendimai ir atsakymai turi būti parašyti tam skirtose vietose atsakymų lape. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nevertinami.

III dalis

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
18.		4	
18.1.		2	
	$600 \cdot 0,04 = 24,$	1	Už teisingai apskaičiuotą 4 % mėnesio mokestį.
	$600 + 24 \cdot 5 = 720.$ <i>Ats.: 720 Eur (arba 720).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
18.2.		2	
	$\frac{600}{n} + 24 = 99,$	1	Už teisingą sprendimo būdą.
	$n = 8.$ <i>Ats.: 8 mėn. (arba 8).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<p><i>Pastabos</i></p> <p>1. Jei mokinys pateikia tokį sprendimą: Po 8 mėnesių, nes $600 : 8 = 75,$ $75 + 24 = 99.$ skiriamas <i>1 taškas</i> (nes mokinys taip sprenddamas neparodo, kad nėra kitų sprendinių).</p> <p>2. Jei mokinys 18.2 uždavinį sprendžia nesudarydamas lygties: $99 - 24 = 75 -$ skaičius, kuriuo kas mėnesį mažės pradinė 600 Eur paskola. $600 : 75 = 8,$ skiriami visi <i>2 taškai</i>.</p>			

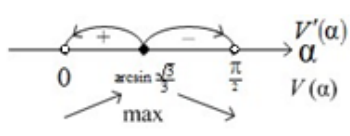
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas										
19.		4											
19.1.		2											
	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">p</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{4}$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{4}$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{4}$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{4}$</td> </tr> </table>	x	0	2	5	7	p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	Už teisingai surašytas x reikšmes.
x	0	2	5	7									
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$									
		1	Už teisingas tikimybių reikšmes.										
19.2.	<i>Ats.: $\frac{3}{4}$ (arba 0,75).</i>	1	Už teisingą atsakymą.										
19.3.	$EX = 0 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{4} =$ $= \frac{14}{4} = 3,5.$ <i>Ats.: 3,5 (arba $\frac{14}{4}$, arba $\frac{7}{2}$).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.										

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
20.		2	
	$\bar{x} = \frac{5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 1}{4 + 5 + 10 + 5 + 1} =$ $= \frac{169}{25} =$ $= 6,76.$	1	Už teisingai apskaičiuotą visų taškų sumą (169) arba visų mokinių skaičių (25).
	Ats.: 6,76.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
21.		4	
21.1.	$a_1 = S_1 = 4 \cdot 1^2 + 4 = 8$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
21.2.		3	
	$S_{2n} = \frac{11}{3} S_n,$ $S_{2n} = 4(2n)^2 + 4 \cdot (2n),$	1	Už teisingą formulės pritaikymą sumai S_{2n} .
	$16n^2 + 8n = \frac{11}{3}(4n^2 + 4n),$ $4n^2 = 20n.$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$n(n - 5) = 0,$ $n = 0 \text{ arba } n = 5.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	Ats.: 5.		

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
22.		7	
22.1.		2	
	$-0,1x^2 + 22,5 = 0,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$x^2 = 225,$		
	$x_1 = -15, x_2 = 15,$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	$AB = 30.$		
	<i>Ats.: 30.</i>		
22.2.		2	
	$h = -0,1x^2 + 22,5,$	1	Už lygybę aukščiui apskaičiuoti (suvokimą, kad $h = f(14)$).
	$h = f(14) = -0,1 \cdot 14^2 + 22,5 = 2,9.$		
	<i>Ats.: 2,9 m.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
22.3.		3	
	$S_{ABC} = 2 \int_0^{15} (-0,1x^2 + 22,5)dx =$	1	Už teisingai užrašytą apibrėžtinį integralą plotui apskaičiuoti.
	$= 2 \left(-\frac{0,1x^3}{3} + 22,5x \right) \Big _0^{15} =$	1	Už teisingą pirmykštę funkciją.
	$= 2 \cdot \left(-\frac{0,1 \cdot 15^3}{3} + 22,5 \cdot 15 - 0 \right) =$		
	$= 450.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	<i>Ats.: 450.</i>		
<i>Pastaba</i>			
Spręsdamas 22.3 dalį mokinys plotą gali skaičiuoti ir taip:			
$S = \int_{-15}^{15} (-0,1x^2 + 22,5)dx$			

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
23.		4	
23.1.		2	
	$\text{Ats.: } \overrightarrow{BD} = \vec{a} - \vec{b},$ $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b}) \text{ (arba } \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}).$	2	Po 1 tašką už kiekvieną teisingą atsakymą.
23.2.		2	
	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{b},$	1	Už teisingą \overrightarrow{AC} arba \overrightarrow{EF} išraišką kitais vektoriais.
	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} =$ $= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$	1	Už teisingai gautą atsakymą.
<p><i>Pastaba</i></p> <p>23.2 uždavinio geometrinis sprendimo būdas.</p> <p>Tegul įstrižainės susikerta taške O. Tada iš $DF = \frac{2}{3}DB$, $BF = \frac{1}{3}DB$ ir $OB = \frac{1}{2}DB$ gauname</p> <p>$OF = OB - BF = \frac{1}{6}DB$ (čia visur ne vektoriai, o atkarpos). Tada $AO : EF = OB : FB$, bet $\frac{OB}{FB} = \frac{3}{2}$, todėl</p> <p>$EF = \frac{2}{3}AO = \frac{1}{3}AC$.</p> <p>Šiuo atveju norint gauti 2 taškus reikia dviejų dalykų:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) įrodymo, kad trikampiai AOB ir EFB yra panašieji (tam būtina gauti, kad $OF = \frac{1}{6}DB$); 2) ir perėjimo nuo vieno matematinio objekto <i>atkarpa</i> iki kito – <i>vektorius</i>. Tam būtina nurodyti, kad vektoriai yra tos pačios krypties. 			

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
24.		9	
24.1.		2	
	$AO = 3,$ ----- $S = \pi \cdot AO \cdot SA,$ $S = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 18 \pi.$	1	Už teisingą AO reikšmę.
	$Ats.: 18 \pi.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<i>Pastaba.</i> Jei mokinys vietoj π rašo 3, 14, taškų skaičius nemažinamas.			
24.2.		3	
	$AO = 6 \cos \alpha,$ $SO = 6 \sin \alpha.$	1	Už bent vieną teisingą AO arba SO išraišką per α .
	$V = \frac{1}{3} \pi (6 \cos \alpha)^2 \cdot 6 \sin \alpha =$ $= 72 \pi \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha =$	1	Už teisingai pritaikytą kūgio tūrio formulę.
	$= 72 \pi (1 - \sin^2 \alpha) \sin \alpha =$ $= 72 \pi (\sin \alpha - \sin^3 \alpha).$	1	Už teisingus pertvarkymus ir gautą teisingą atsakymą.
24.3.		3	
	$V'(\alpha) = 72 \pi (\cos \alpha -$ $- 3 \sin 2\alpha \cos \alpha,$	1	Už teisingą funkcijos išvestinę.
	$V'(\alpha) = 0, \cos \alpha (1 -$ $- 3 \sin^2 \alpha) = 0,$ kai $\cos \alpha = 0$ arba $\sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}.$	1	Už teisingą trigonometrines lygties sprendimo būdą.
	Intervalui $(0; \frac{\pi}{2})$ priklauso tik $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}.$		
		1	Už pagrindimą, kad kai $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$, tai kūgio tūris yra didžiausias.
24.4.	$V \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3} \right) =$ $= 72 \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^3 \right) =$ $= 16 \sqrt{3} \pi.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	$Ats.: V = 16 \sqrt{3} \pi.$		

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
25.		4	
	<p>I būdas Tarkime x, y ir z – sausio, vasario ir kovo mėnesiais pagamintos produkcijos kiekis.</p> $\begin{cases} x + z = 2y, \\ y + z = 3x. \end{cases}$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (teisingai sudarytą lygčių sistemą).
	$\begin{cases} 4x = 3y, \\ 5y = 4z. \end{cases}$	1	Už gautą bent vieną teisingą lygtį su dviem nežinomaisiais.
	$\begin{cases} x = \frac{3}{4}y, & (1) \\ z = \frac{5}{4}y. & (2) \end{cases}$ <p>Iš (1) gauname $x < y$ ir iš (2) gauname $y < z$.</p>	1	Už bent vieną teisingai palygintą dviejų mėnesių produkcijos kiekį.
	<p>Jei $x < y$ ir $y < z$, tai $x < y < z$.</p> <p><i>Ats.:</i> Daugiausia produkcijos pagaminta kovo mėnesį, mažiausia – sausio.</p>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<p><i>Pastaba</i> Jeigu $x = 1$, įvesti y ir z bei gautas teisingas atsakymas, tai skiriami 4 taškai. Jeigu mokinys vietoje visų mėnesių pagamintos produkcijos kiekių paėmė konkrečius skaičius ir gavo teisingą atsakymą, tai skiriamas 1 taškas.</p>			
	<p>II būdas Kadangi sausio ir kovo mėnesiais pagaminta dvigubai daugiau nei vasario mėnesį, tai gali būti, kad kiekvieną mėnesį pagaminta po lygiai. Gauname prieštaravimą antrai uždavinio sąlygai.</p>	1	Po vieną tašką už trijų galimų situacijų suvokimą, analizavimą ir teisingų išvadų padarymą.
	<p>Jei kiekvieną mėnesį pagaminta ne po lygiai, tai pagal pirmą uždavinio sąlygą vasario mėnesį pagaminta ne daugiausiai ir ne mažiausiai.</p>	1	
	<p>Jei sausio mėnesį pagaminta daugiausiai, tai gauname prieštaravimą antrai uždavinio sąlygai.</p>	1	
	<p>Gavome, kad sausio mėnesį pagaminta ne daugiausiai, o vasario – nei daugiausiai, nei mažiausiai, todėl mažiausiai produkcijos pagaminta sausio, o daugiausiai – kovo mėnesį.</p>	1	

Pastaba

Gali būti įvairių šio uždavinio sprendimo būdų. Sprendžiant šį uždavinį, taškai skiriami taip:

- už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (lygčių sistemos sudarymą, variantų nagrinėjimą ir pan.) – *1 taškas*;
- už teisingą ir užbaigtą sprendimą – *2 taškai*. Jei sprendimas neužbaigtas (nepakankamai pagrįstos išvados iš lygčių, neišsamūs samprotavimai) – *1 taškas*;
- už gautą teisingą atsakymą – *1 taškas*.