

**2009 m. matematikos valstybinio brandos egzamino
VERTINIMO INSTRUKCIJA**
Pagrindinė sesija

1–6 uždavinių atsakymai

1 variantas

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6
Ats.	D	D	C	B	E	D

2 variantas

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6
Ats.	D	E	D	D	B	C

Kitų uždavinių sprendimo nurodymai ir atsakymai

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
7		4	
	<p>7.1. $\log_3 x = 2$ Ats.: $x = 9$</p> <p>7.2. $\log_2(x-3) - \log_2(x-1) = 3$ 1 būdas. $\log_2 \frac{x-3}{x-1} = 3$ $\frac{x-3}{x-1} = 8$ $x = \frac{5}{7}$ $x = \frac{5}{7}$ netinka, nes apibrėžimo sritis $x > 3$. Ats.: Sprendinių nėra.</p> <p>2 būdas. $\log_2(x-3) = \log_2 8 + \log_2(x-1)$ $\log_2(x-3) = \log_2 8(x-1)$ $x-3 = 8(x-1)$ $x = \frac{5}{7}$ $x = \frac{5}{7}$ netinka, nes apibrėžimo sritis $x > 3$. Ats.: Sprendinių nėra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.</p> <p>Už teisingai išspręstą lygtį.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.</p> <p>Už teisingai išspręstą lygtį.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastaba: Sprendimas $(x-3) - (x-1) = 3$

$$-2 = 3$$

Ats.: Sprendinių nėra.

vertinamas 0 taškų.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
8		4	
	<p>8.1. <i>Ats.</i>: $a_1 = -1$, $a_2 = 2$.</p> <p>8.2. $a_{n+1} - a_n = 3n - 1 - 3n + 4 = 3 = d$.</p> <p><i>Ats.</i>: Duota seka yra aritmetinė progresija, nes gretimų narių skirtumas lygus pastoviam skaičiui 3.</p> <p>8.3.</p> $S_{200} = \frac{2 \cdot (-1) + (200 - 1) \cdot 3}{2} \cdot 200 = 59500$ <p>arba $S_{200} = \frac{-1 + 596}{2} \cdot 200 = 59500$</p> <p><i>Ats.</i>: 59500.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingą įrodymą.</p> <p>Už teisingos pirmųjų n aritmetinės progresijos narių sumos formulės taikymą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

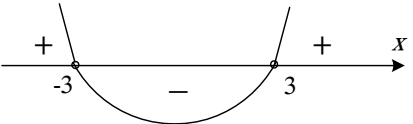
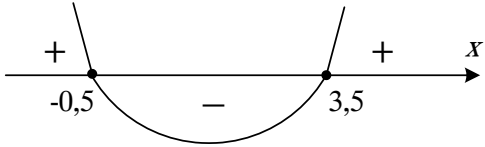
Pastaba: jeigu mokinys, sprenddamas **8.3** uždavinį, aritmetinės progresijos pirmųjų narių sumą skaičiuoja taikydamas teisingą sumos formulę, bet naudoja **8.1** ir **8.2** neteisingai apskaičiuotas a_1 ir/ar d reikšmes, jam skiriami visi taškai.

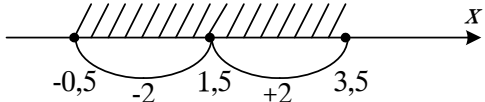
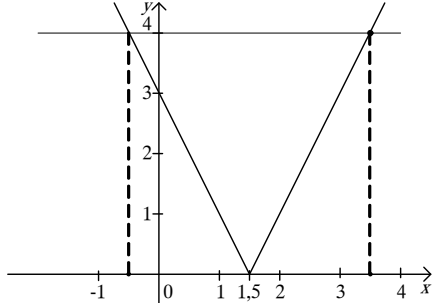
Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
9		3	
	<p>9.1. $225000 \cdot 1,4 = 315000$ (Lt)</p> <p><i>Ats.</i>: 315000 Lt.</p> <p>9.2. Jei x– namų valdos žemės sklypo pirkimo kaina, tai $(225000 - x)$– ūkio paskirties sklypo kaina</p> $1,5x + (225000 - x) \cdot 1,25 = 315000$ <p>$x = 135000$ (Lt), todėl namų valdos žemės sklypo pardavimo kaina</p> $135000 \cdot 1,5 = 202500$ Lt.	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	<p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingos lygties sudarymą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastaba: jei mokinys teisingai sudaro lygčių sistemą ir gauna teisingą atsakymą, jam skiriami visi taškai.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
10		3	
	<p>Pagal kosinusų teoremą</p> $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cos \angle BAD$ $BD^2 = (3\sqrt{2})^2 + 7^2 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 7 \cos 45^\circ$ <p>$BD = 5$</p> <p>Pagal Pitagoro teoremą:</p> $B_1D^2 = BD^2 + BB_1^2$ $B_1D^2 = 25 + 144 = 169$ <p>$B_1D = 13$ cm</p> <p><i>Ats.</i>: $B_1D = 13$ cm.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (pvz. teisingai užrašytą kosinusų teoremą kraštinei BD).</p> <p>Už teisingai apskaičiuotą pagrindo įstrižainės BD ilgį.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastaba: jeigu mokinys neteisingai apskaičiuoja BD ilgį, pasirinkęs neteisingą BD skaičiavimo būdą, bet toliau su savo duomenimis teisingai apskaičiuoja B_1D ilgį, jam skiriamas 1 taškas.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
11	<p>11.1. $(x-2)(x+2) > 5$</p> <p>1 būdas. $x^2 - 4 > 5$ $x^2 - 9 > 0$ arba $x^2 > 9$</p>  <p><i>Ats.:</i> $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.</p> <p>2 būdas. $x^2 - 4 > 5$ $x^2 - 9 > 0$ arba $x^2 > 9$ $x > 3$</p> <p><i>Ats.:</i> $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.</p> <p>11.2. $2x - 3 \leq 4$</p> <p>1 būdas. $\begin{cases} 2x - 3 \leq 4 \\ 2x - 3 \geq -4 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \geq -0,5 \end{cases}$ <i>Ats.:</i> $x \in [-0,5; 3,5]$</p> <p>2 būdas. $\begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ 3 - 2x \leq 4 \end{cases}$ arba $\begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ 2x - 3 \leq 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x \geq -0,5 \end{cases}$ arba $\begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 3,5 \end{cases}$ <i>Ats.:</i> $x \in [-0,5; 3,5]$</p> <p>3 būdas. $(2x - 3)^2 \leq 16$ $(2x - 3 - 4)(2x - 3 + 4) \leq 0$ $(2x - 7)(2x + 1) \leq 0$</p>  <p><i>Ats.:</i> $x \in [-0,5; 3,5]$</p> <p>4 būdas. $x - 1,5 \leq 2$ Remiantis modulio sąvoka</p>	6	<ul style="list-style-type: none"> • 1 Už teisingai pertvarkytą nelygybę. • 1 Už teisingo kvadratinės nelygybės sprendimo būdo pasirinkimą. • 1 Už gautą teisingą atsakymą. • 1 Už teisingai pertvarkytą nelygybę. • 1 Už teisingo kvadratinės nelygybės sprendimo būdo pasirinkimą. • 1 Už gautą teisingą atsakymą. • 1 Už teisingo nelygybės sprendimo būdo pasirinkimą. • 1 Už teisingai išspręstas tiesines nelygybes. • 1 Už gautą teisingą atsakymą. • 1 Už teisingo nelygybės sprendimo būdo pasirinkimą. • 1 Už teisingai išspręstas tiesines nelygybes. • 1 Už gautą teisingą atsakymą. • 1 Už teisingo nelygybės sprendimo būdo pasirinkimą. • 1 Už teisingai išspręstas tiesines nelygybes. • 1 Už gautą teisingą atsakymą. • 1 Už teisingo kvadratinės nelygybės sprendimo būdo pasirinkimą. • 1 Už gautą teisingą atsakymą. • 1 Už teisingo nelygybės sprendimo būdo pasirinkimą.

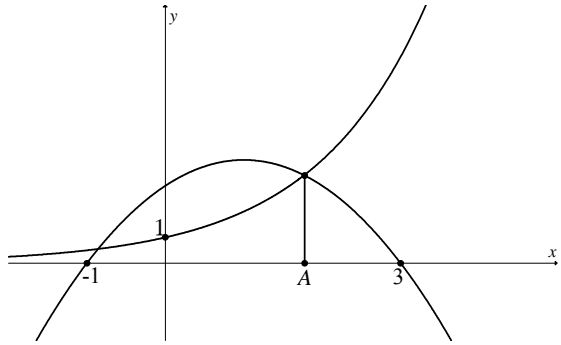
 <p>Ats.: $x \in [-0,5; 3,5]$ 5 būdas.</p>  <p>$2x - 3 = 4$ $2x - 3 = -4$ $x = 3,5$ $x = -0,5$</p> <p>Ats.: $x \in [-0,5; 3,5]$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2 Po vieną tašką už kiekvieną teisingą atstumo skaičiavimą. • 1 Už funkcijų $y = 2x - 3$ ir $y = 4$ grafikus. • 1 Už lygties $2x - 3 = 4$ sprendinių gavimą. • 1 Už gautą teisingą atsakymą. 	
--	--	--

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
12		5	
	<p>12.1. $2 \cos^2(\pi - x) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 =$ $= 2 \cos^2 x - 3 \sin x - 2 =$ $= 2(1 - \sin^2 x) - 3 \sin x - 2 =$ $= 2 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 =$ $= -2 \sin^2 x - 3 \sin x$</p> <p>12.2. $2 \sin^2 x + 3 \sin x = 0$ $\sin x(2 \sin x + 3) = 0$ $\sin x = 0$ arba $2 \sin x + 3 = 0$ $\sin x = -\frac{3}{2}$</p> <p>$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ nėra sprendinių Ats.: $\pi k, k \in \mathbb{Z}$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 Už teisingai redukuotas abi trigonometrines funkcijas. • 1 Už teisingai pertvarkytą reiškinių. • 1 Už teisingą lygties užrašymą dviejų lygčių visuma. • 2 Po vieną tašką už kiekvieną teisingai išspręstą lygtį. 	

Pastaba: sprendžiant **12.2** uždavinio lygtį pakanka bent vieną kartą paminėti, kad $k \in \mathbb{Z}$.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
13		5	
	<p>13.1. $\{(6;6), (2;10), (10;2)\}$</p> <p>13.2. 1 būdas. $P(X = 12) = P(6;6) + P(2;10) + P(10;2) =$ $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$, nes įvykiai nepriklausomi ir nesutaikomi.</p> <p>2 būdas. Visų baigčių skaičius $n = 9$. Įvykiui palankių baigčių skaičius $m = 3$, todėl $P(X = 12) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 Už teisingai užrašytą aibę. • 1 Už teisingą nepriklausomų ir nesutaikomų įvykių savybių taikymą. • 1 Už teisingą klasikinio tikimybės apibrėžimo taikymą. 	

	<p>13.3. 1 būdas.</p> $P(X=16) = P(6;10) + P(10;6) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ <table border="1" data-bbox="256 389 842 506"> <tr><td>X</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td></tr> <tr><td>P</td><td>$\frac{1}{9}$</td><td>$\frac{2}{9}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{2}{9}$</td><td>$\frac{1}{9}$</td></tr> </table> <p>2 būdas.</p> <table border="1" data-bbox="256 573 842 712"> <tr><td>X</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td></tr> <tr><td>P</td><td>$\frac{1}{9}$</td><td>$\frac{2}{9}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{2}{9}$</td><td>$\frac{1}{9}$</td></tr> </table> <p>13.4.</p> $E(X) = 4 \cdot \frac{1}{9} + 8 \cdot \frac{2}{9} + 12 \cdot \frac{1}{3} + 16 \cdot \frac{2}{9} + 20 \cdot \frac{1}{9} = 12 \text{ (Lt)}$ <p><i>Ats.: Kadangi $12 < 13$, žaidimo žaisti neverta.</i></p>	X	4	8	12	16	20	P	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	X	4	8	12	16	20	P	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingą nepriklausomų ir nesutaikomų įvykių savybių taikymą.</p> <p>Už teisingai baigtą pildyti lentelę.</p> <p>Už teisingą matematinės vilties apskaičiavimą.</p> <p>Už teisingai argumentuotą išvadą.</p>
X	4	8	12	16	20																						
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$																						
X	4	8	12	16	20																						
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$																						

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
14		3	
	<p>14.1.</p>  <p>14.2. <i>Ats.: Vienas teigiamas sprendinys.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2 • 1 	<p>Po vieną tašką už kiekvieną teisingai nubraižytą grafiką ($y=2^x$ ir $y=-x^2+2x+3$).</p> <p>Už teisingą atsakymą.</p>

Pastabos:

- Teisingais $y=2^x$ grafiko eskizais laikome tokius, kuriuose brėžiama rodiklinė kreivė per tašką (0;1) ir bet kuriuos pirmojo ir antrojo ketvirčio taškus.
- Teisingais $y=-x^2+2x+3$ grafiko eskizais laikome tokius, kuriuose brėžiama parabolė eina per taškus (-1;0), (3;0), (0;3) ir yra simetrinė tiesės $x=1$ atžvilgiu.
- Jeigu mokinys sprenddamas **14.2** uždavinį pagal neteisingai **14.1** nubrėžtus grafikus padaro teisingą išvadą apie teigiamų sprendinių skaičių, jam skiriamas 1 taškas.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		4	
	<p>15.1. 1 būdas. $\triangle AED = \triangle AFD$ pagal kraštinę ir du kampus prie jos (AD – bendra, o $\angle EAD = \angle FAD$, $\angle EDA = \angle FDA$), todėl $DE = DF$.</p> <p>2 būdas. $\frac{ED}{AD} = \sin \angle EAD = \sin \angle FAD = \frac{FD}{AD}$ $\frac{ED}{AD} = \frac{FD}{AD}$ $ED = FD$</p> <p>15.2. 1 būdas. $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2} DE \cdot AC}{\frac{1}{2} DF \cdot AB} = \frac{AC}{AB}$ ir $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2} h_{CB} \cdot CD}{\frac{1}{2} h_{CB} \cdot BD} = \frac{CD}{BD}$ todėl $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD}$.</p> <p>2 būdas. $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot AD \sin \angle CAD}{\frac{1}{2} AB \cdot AD \sin \angle BAD} = \frac{AC}{AB}$ ir $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2} CD \cdot DA \sin \angle CDA}{\frac{1}{2} BD \cdot DA \sin(180^\circ - \angle CDA)} =$ $= \frac{CD}{BD}$ todėl $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD}$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 Už įrodymą, kad $\triangle AED = \triangle AFD$ • 1 Už teisingą išvadą, jog lygių trikampių atitinkamos kraštinės lygios. • 1 Už įrodymą, kad $\frac{ED}{AD} = \frac{FD}{AD}$. • 1 Už įrodymą, kad $ED = FD$. • 2 Už kiekvieną teisingai gautą plotų santykį. • 2 Už kiekvieną teisingai gautą plotų santykį. 	

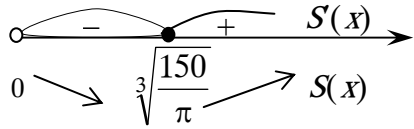
Pastabos:

1. Jeigu mokinys sprenddamas **15.1** uždavinį remiasi trikampių lygumu to neįrodydamas, jam skiriamas 1 taškas.

2. Jeigu mokinys įrodo, kad $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD}$ taikydamas sinusų teoremą, trikampių panašumą (papildžius brėžinį) ir pan., jam skiriamas 1 taškas.

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		4	
	<p>1 būdas.</p> $40 - \frac{1}{30}x^2 = 25 - \frac{1}{60}x^2$ $x^2 = 900$ $x = \pm 30$ $S = 2 \int_0^{30} \left(40 - \frac{1}{30}x^2 - 25 + \frac{1}{60}x^2 \right) dx =$ $= 2 \left(15x - \frac{x^3}{180} \right) \Big _0^{30} = 600 \text{ (m}^2\text{)}.$ <p>Ats.: 600 m².</p> <p>2 būdas.</p> $40 - \frac{1}{30}x^2 = 25 - \frac{1}{60}x^2$ $x^2 = 900$ $x = \pm 30$ $S_1 = 2 \int_0^{30} \left(40 - \frac{1}{30}x^2 \right) dx = 2 \left(40x - \frac{x^3}{90} \right) \Big _0^{30} =$ $= 1800$ $S_2 = 2 \int_0^{30} \left(25 - \frac{1}{60}x^2 \right) dx = 2 \left(25x - \frac{x^3}{180} \right) \Big _0^{30} =$ $= 1200$ $S = S_1 - S_2 = 600 \text{ (m}^2\text{)}.$ <p>Ats.: 600 m².</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 • 1 • 2 • 1 	<p>Už gautas teisingas parabolų susikirtimo taškų absceses.</p> <p>Už teisingą ploto išreiškimą integralu.</p> <p>Už gautą teisingą pirmąją funkciją.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už gautas teisingas parabolų susikirtimo taškų absceses.</p> <p>Po vieną tašką už kiekvieną teisingai apskaičiuotą plotą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
17		7	
	<p>17.1. $\pi x^2 H = 300$</p> $H = \frac{300}{\pi x^2}$ $S = 2\pi x H + 2\pi x^2 = 2\pi \cdot x \cdot \frac{300}{\pi x^2} + 2\pi x^2 =$ $= 2 \cdot \frac{300}{x} + 2\pi x^2 = 2 \left(\frac{300}{x} + \pi x^2 \right)$ <p>17.2. $S'(x) = 2 \left(-\frac{300}{x^2} + 2\pi x \right)$</p> $-\frac{300}{x^2} + 2\pi x = 0$ $-300 + 2\pi x^3 = 0$ $x^3 = \frac{300}{2\pi}$ $x = \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}}$	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	<p>Už gautą teisingą aukštinės išraišką spinduliu x.</p> <p>Už gautą teisingą ritinio viso paviršiaus priklausomybę nuo spindulio x.</p> <p>Už teisingai surastą funkcijos $S(x)$ išvestinę.</p>

	 <p> $S(2) < 0$ $S(5) > 0$ </p> <p>Ats.: Kai $x = \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}}$ paviršiaus plotas yra mažiausias.</p> <p>17.3. Jei $x = \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}}$, tai</p> $H = \frac{300}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{150}{\pi}} \right)^2}$ $C = \frac{H}{x} = \frac{300}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{150}{\pi}} \right)^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}}} = \frac{300}{\pi \cdot \frac{150}{\pi}} = 2$ <p>Ats.: $C = 2$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingai surastą x reikšmę, su kuria išvestinė lygi 0.</p> <p>Už teisingą pagrindimą, kad su reikšme $x = \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}}$ paviršiaus plotas yra mažiausias.</p> <p>Už teisingą aukštinės išraišką.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>
Užd.	Sprendimas/Atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		4	
	<p>x – greitis stovinčiame vandenyje y – upės tėkmės greitis, $x > y$ t_1 – irkluotojo, plaukiančio upe, sugaištas laikas</p> $t_1 = \frac{5}{x-y} + \frac{5}{x+y} = \frac{10x}{x^2 - y^2}$ <p>t_2 – irkluotojo, plaukiančio ežere, sugaištas laikas</p> $t_2 = \frac{10}{x}$ $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{10x}{x^2 - y^2}}{\frac{10}{x}} = \frac{x^2}{x^2 - y^2} > 1,$ <p>nes $x^2 - y^2 < x^2$,</p> <p>arba $t_1 - t_2 = \frac{10x}{x^2 - y^2} - \frac{10}{x} = \frac{10y^2}{x(x^2 - y^2)} > 0$,</p> <p>nes $x^2 - y^2 > 0$, $x, y^2, s > 0$, todėl $t_1 > t_2$ ir mažiau laiko sugaiš irkluotojas, plaukiantis ežere.</p> <p>Ats.: Mažiau laiko sugaiš irkluotojas, plaukiantis ežere.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2 • 1 • 1 	<p>Po vieną tašką už kiekvieno irkluotojo surastą teisingą laiko išraišką.</p> <p>Už teisingo palyginimo būdo pasirinkimą $\left(\frac{t_1}{t_2} \right.$ arba $\left. t_1 - t_2 \right)$.</p> <p>Už gautą teisingą išvadą.</p>

Pastaba: Jeigu mokinys pasirenka bent vieną konkretų greitį ir gauna teisingą išvadą, jam skiriamas 1 taškas.