

2007 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO REZULTATŲ STATISTINĖ ANALIZĖ

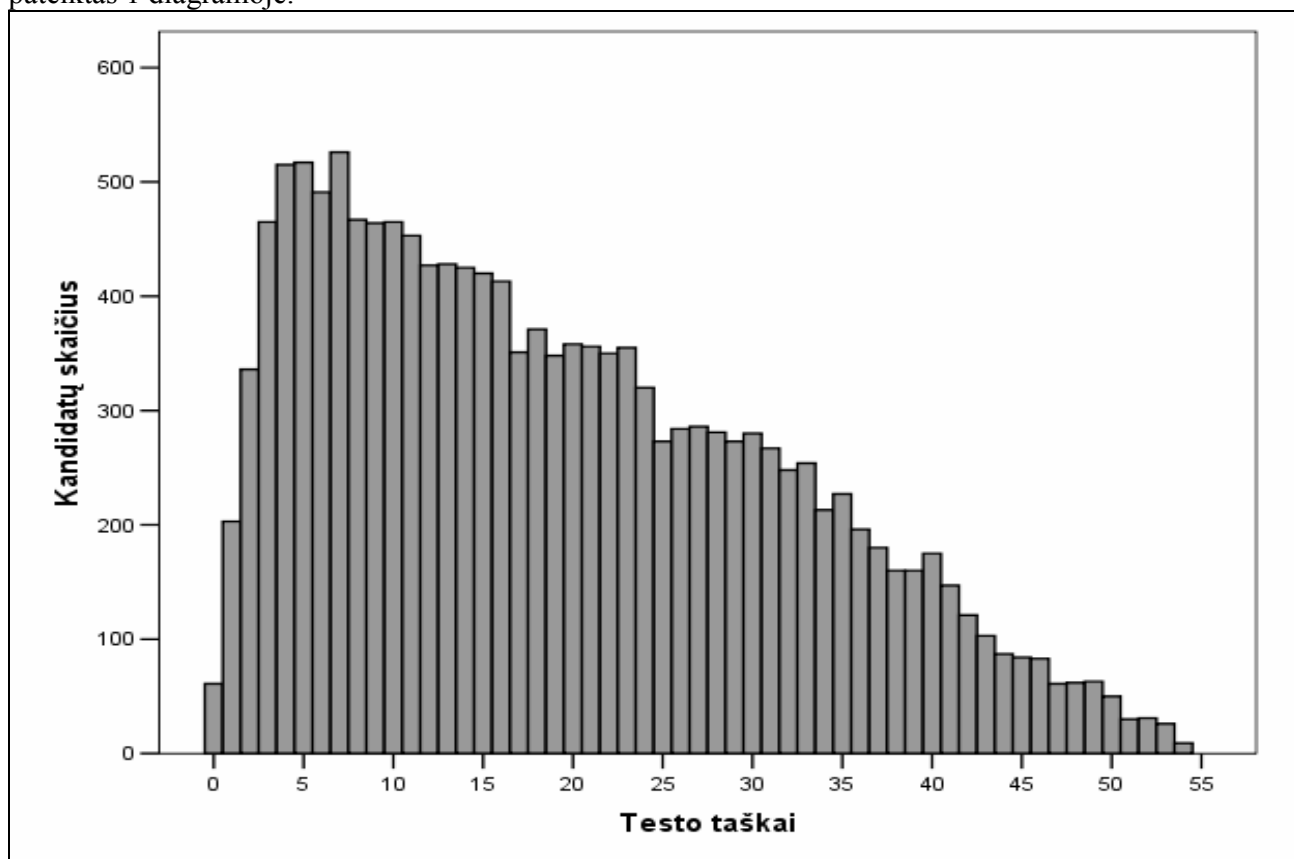
2007 m. gegužės 16 d. valstybinį matematikos brandos egzaminą laikė 14 618 kandidatų – vidurinio ugdymo programos baigiamųjų klasių mokiniai, kitų laidų abiturientai.

Maksimali taškų suma, kurią galėjo surinkti laikantys egzaminą kandidatai, – 54 taškai. Minimali egzamino išlaikymo taškų sumos riba, kuri nustatoma po egzamino rezultatų analizės, – 7 taškai. Tai sudarė 13 proc. visų galimų taškų. Valstybinio matematikos brandos egzamino neišlaikė 17,7 proc. laikusiųjų.

Valstybinio matematikos brandos egzamino rezultatų vidurkis yra 19,21 taško, taškų sumos standartinis nuokrypis (dispersija) – 12,50.

Valstybinio brandos egzamino vertinimas yra norminis: kiekvieno mokinio pasiekimai lyginami su kitų laikusiųjų ši brandos egzaminą pasiekimais. Valstybinio brandos egzamino įvertinimas yra šimtabalės skalės skaičius nuo 1 iki 100. Šis skaičius rodo, kurią egzaminą išlaikiusių kandidatų dalį (procentais) mokinys pralenkė. Pavyzdžiui, 40 balų reiškia, kad blogiau egzaminą išlaikė 40 proc. kandidatų, geriau – 60 proc. ($100 - 40 = 60$). Minimalus išlaikyto valstybinio brandos egzamino įvertinimas yra 1 (vienas) balas, maksimalus – 100 balų. Šie balai į dešimtabalės skalės pažymį nėra verčiami. Jie įrašomi kandidato brandos atestato priede kaip valstybinio brandos egzamino įvertinimas. Pavyzdžiui, įrašoma 40 (keturiasdešimt).

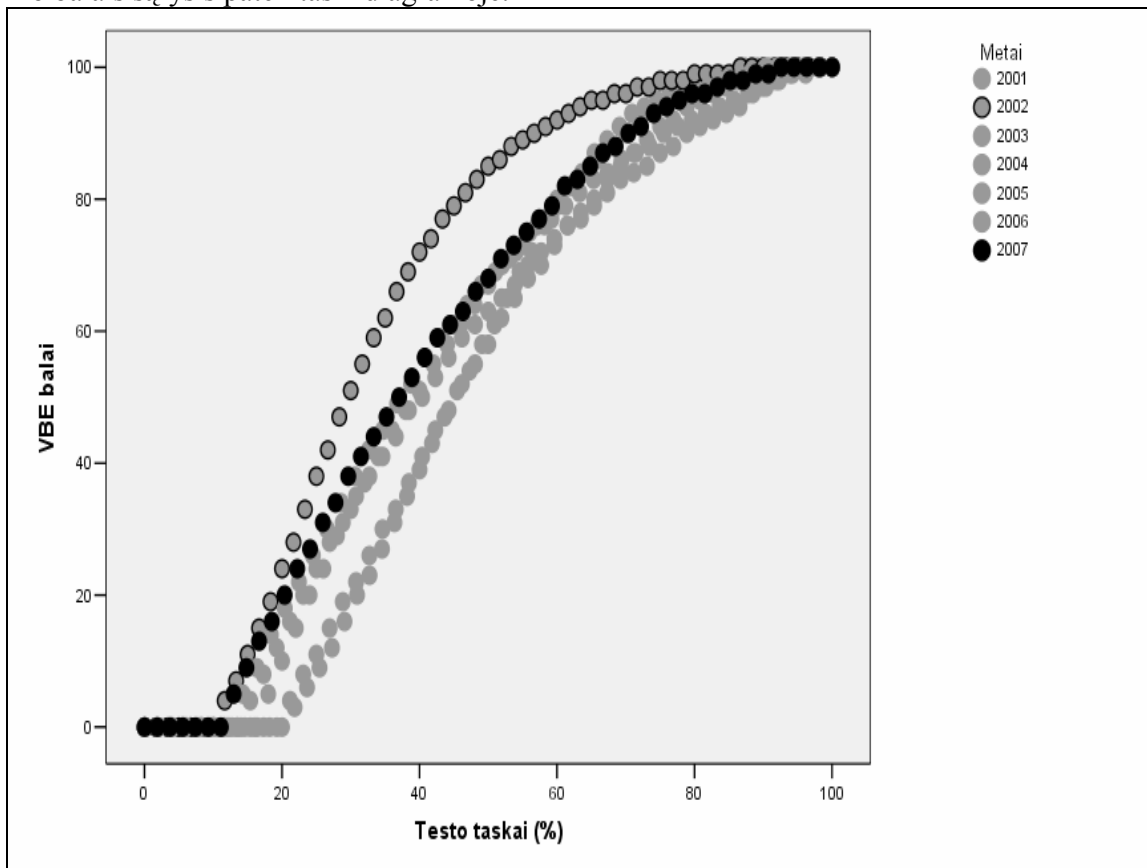
Laikiusių valstybinį matematikos brandos egzaminą kandidatų surinktų taškų pasiskirstymas pateiktas 1 diagramoje.



1 diagrama. Valstybinį matematikos brandos egzaminą laikusių kandidatų surinktų taškų pasiskirstymas



2001 – 2007 m. kandidatų surinktų egzamino užduoties taškų ir jų įvertinimo valstybinio brandos egzamino balais sąryšis pateiktas 2 diagramoje.



2 diagrama. Už egzamino užduotį gautų taškų ir įvertinimo VBE balais sąryšis

Statistinei užduoties analizei atlikti atsitiktinai buvo atrinkta 400 kandidatų darbų. Suvedus iš tų darbų informaciją, kiekvienam užduoties klausimui (ar jo daliai, jei jis turėjo struktūrines dalis) buvo nustatyta:

- **kuri dalis kandidatų pasirinko atitinkamą atsakymą** (A, B, C, D ar E, jei klausimas buvo su pasirenkamaisiais atsakymais) **ar surinko atitinkamą skaičių taškų** (0, 1, 2 ir t. t.);
- **klausimo sunkumas**. Šio parametro skaitinė reikšmė yra santykis

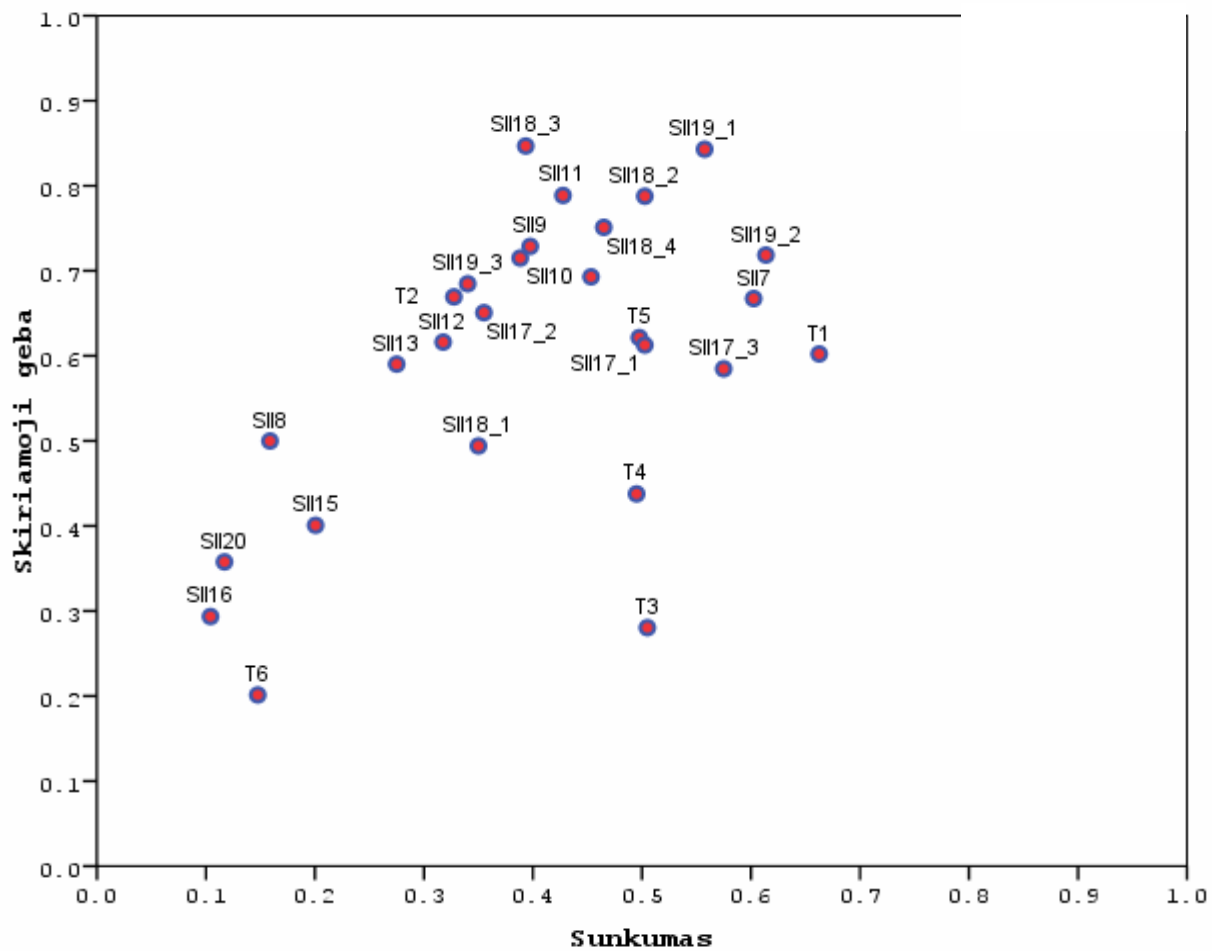
$$\frac{(\text{visų kandidatų už šį klausimą surinktų taškų suma})}{(\text{visų už šį klausimą teoriškai galimų surinkti taškų suma})}$$

Jei klausimas buvo vertinamas vienu tašku, tai jo sunkumas tiesiogiai parodo, kuri dalis kandidatų į tą klausimą atsakė teisingai;

- **klausimo skiriamoji geba**. Šis parametras rodo, kaip atskiras egzamino klausimas išskiria stipresnius ir silpnesnius kandidatus. Jei klausimas buvo labai lengvas ir į jį beveik vienodai sėkmingai atsakė ir stipresnieji, ir silpnesnieji, tai tokio klausimo skiriamoji geba maža. Panaši skiriamoji geba gali būti ir labai sunkaus klausimo, į kurį neatsakė taip pat beveik visi. Neigiama skiriamosios gebos reikšmė rodo, kad silpnesnieji (sprendžiant pagal visą egzamino užduotį) už tą klausimą surinko daugiau taškų nei stipresnieji (tai tikrai blogo klausimo požymis). Pagal statistinę testų teoriją geri klausimai yra tie, kurių skiriamoji geba yra 0,4-0,5, labai geri – 0,6 ir daugiau. Dėl įvairių pedagoginių ir psichologinių tikslų kai kurie labai sunkūs (arba labai lengvi) klausimai pateikiami teste, nors jų skiriamoji geba ir nėra optimali;

- **klausimo koreliacija su visa užduotimi**. Tai to klausimo ir visų užduoties taškų koreliacijos koeficientas (skaičiuotas Pirsono koreliacijos koeficientas). Šis parametras rodo, kuria dalimi atskiras klausimas matuoja taip, kaip ir visa užduotis. Aišku, daugiataškio klausimo koreliacija su visa užduotimi yra didesnė nei vienataškio.

Visų matematikos valstybinio brandos egzamino užduočių sunkumo ir skiriamosios gebos priklausomybė pavaizduota 3 diagramoje (sunkumas – horizontalioje ašyje, skiriamoji geba – vertikalioje).



3 diagrama. Visų užduočių sunkumo ir skiriamosios gebos priklausomybė

Toliau pateikiama egzamino užduoties klausimų statistinė analizė.

Kiekvienas teisingai išspręstas uždavinys (1–6) vertinamas 1 tašku.

Taškų pasiskirstymas (%)							Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4	5	6			
6,50	21,00	23,25	19,00	16,00	10,50	3,75	0,44	0,46	0,75

1. $2^{2008} - 2^{2007} =$

- A 2^{1004} B $2^{\frac{2008}{2007}}$ C 2^{2007} D 1 E 2

Atsakymų pasirinkimas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C*	D	E	Neatsakė			
2,50	11,75	66,25	6,25	12,50	0,75	0,66	0,60	0,47

2. Nurodykite funkcijos $y = 4x^2 + 4x + 10$ reikšmių sritį.

- A $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B $[0; +\infty)$ C $(-\infty; +\infty)$ D $[9; +\infty)$ E $[10; +\infty)$

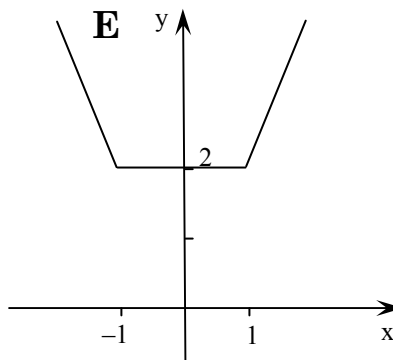
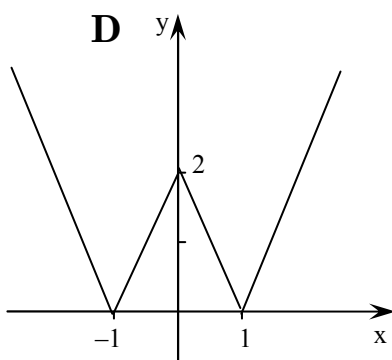
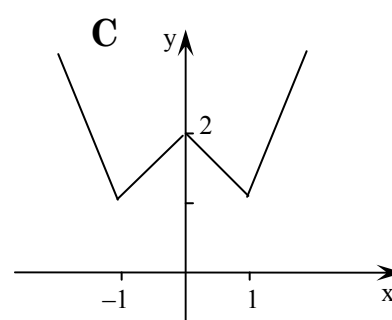
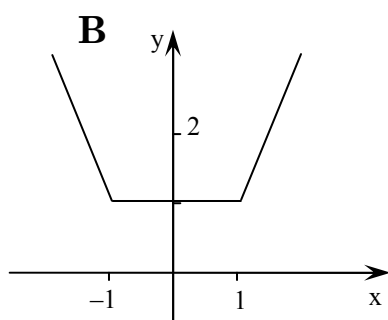
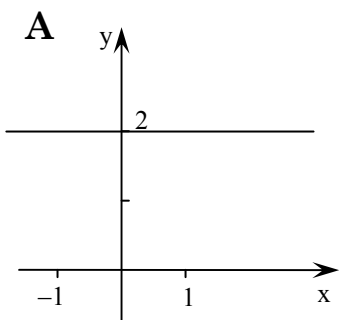
Atsakymų pasirinkimas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C	D*	E	Neatsakė			
12,25	7,00	32,00	32,75	12,50	1,50	0,33	0,67	0,57

3. Nurodykite, kokia yra funkcijos $f(x) = \cos^2 x$ išvestinės reikšmė taške $x = \frac{\pi}{3}$.

- A $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B $-\sqrt{3}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{4}$ E 1

Atsakymų pasirinkimas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A*	B	C	D	E	Neatsakė			
50,50	21,25	15,00	6,75	5,50	1,00	0,51	0,28	0,26

4. Kuri iš nubraižytų kreivių yra funkcijos $y = |1 + x| + |1 - x|$ grafiko eskizas?



Atsakymų pasirinkimas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C	D	E*	Neatsakė			
20,50	6,75	3,50	17,75	49,50	2,00	0,50	0,44	0,42



5. Skaičiai $\sqrt[4]{18}$, $\sqrt[3]{18}$, $\sqrt{18}$ nurodyta tvarka yra geometrinės progresijos nariai. Tuomet k yra:

A $\frac{2}{3}$

B $\frac{3}{4}$

C 4

D 5

E 6

Atsakymų pasirinkimas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C	D	E*	Neatsakė			
8,50	4,25	31,00	4,75	49,75	1,75	0,50	0,62	0,51

6. Nurodykite, kiek nelyginių skaičių galima sudaryti iš skaičiaus 3694 skaitmenų, jeigu skaitmenys nesikartoja?

A 12

B 24

C 30

D 32

E 64

Atsakymų pasirinkimas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
A	B	C	D*	E	Neatsakė			
49,00	25,50	5,00	14,75	3,75	2,00	0,15	0,20	0,26

7. Išspręskite nelygybę:

$$\frac{1-3x}{1-2x} \leq 1.$$

(2 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
21,75	36,00	42,25	0,60	0,67	0,65

8. Automobilis iš miesto A į miestą B nuvažiavo 30 km/h vidutiniu greičiu. Po to apsisuko ir grįžo atgal. Apskaičiuokite, koks vidutinis grįžimo greitis, jei visos kelionės vidutinis važiavimo greitis 35 km/h.

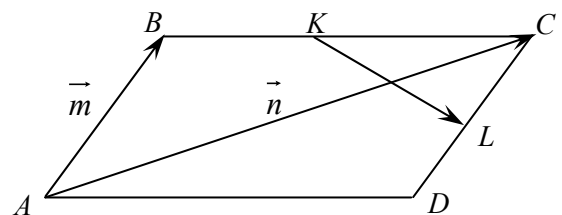
(2 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
83,75	0,75	15,50	0,16	0,50	0,59

9. Lygiagretainio $ABCD$ kraštinių BC ir CD vidurio taškai yra K ir L . Vektorių \overline{KL} išreikškite vektoriais

$$\vec{m} = \overrightarrow{AB} \text{ ir } \vec{n} = \overrightarrow{AC}.$$

(2 taškai)



Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
50,75	19,00	30,25	0,40	0,73	0,65

10. Išspręskite lygtį:

$$\frac{\lg(6x-5)}{2 \lg x} = 1.$$

(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
51,75	3,50	21,25	23,50	0,39	0,72	0,68

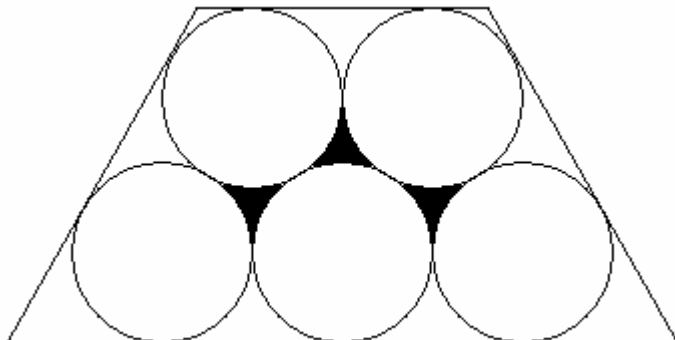


11. Parašykite funkcijos $f(x) = 2 \cdot e^{-x}$ grafiko liestinės, nubrėžtos per tašką M (0, 2), lygtį.

(2 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
46,25	22,00	31,75	0,43	0,79	0,72

12. Į lygiašoną trapeciją įbrėžti 5 vienodo dydžio besiliečiantys skrituliai (žr. pav.). Skritulio spindulys yra lygus 4. Apskaičiuokite užšalvintos dalies plotą.



(4 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4			
58,25	4,50	7,75	11,00	18,50	0,32	0,32	0,61

13. Išspręskite lygtį:

$$(1 + \cos x) \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0.$$

(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
51,75	18,75	24,75	4,75	0,28	0,60	0,74

14. Įrodykite, kad su visomis realiosiomis k reikšmėmis funkcijos $f(x) = (x - 2)(x - 3) - k^2$ grafikas kerta Ox ašį dviejuose taškuose.

(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
32,75	25,50	14,75	27,00	0,45	0,70	0,70

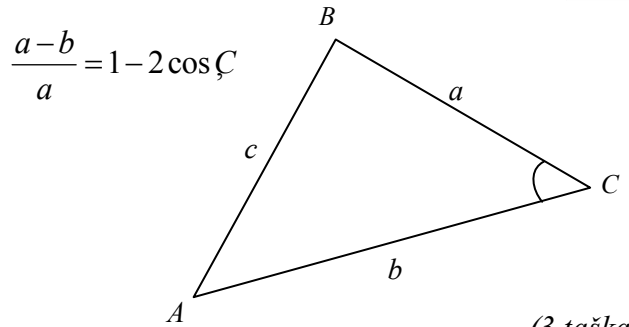
15. Juvelyras gavo užsakymą pagaminti 38 gramų dirbinį, kurio aukso ir sidabro masių santykis 7:12. Savo dirbtuvėje jis turi du lydinius, kurių aukso ir sidabro masių santykiai atitinkamai yra 1:2 ir 2:3. Kiek gramų kiekvieno lydinio juvelyras turėtų paimti, kad sulydęs juos gautų norimos sudėties juvelyrinį dirbinį?

(4 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4			
29,50	23,75	4,00	2,50	10,25	0,20	0,40	0,60



16. Jeigu trikampio ABC elementus sieja lygybė $\frac{a-b}{a} = 1 - 2 \cos C$ tai trikampis yra lygiašonis. Įrodykite.



(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
80,75	12,75	1,00	5,50	0,10	0,29	0,54

17. Krepšelyje yra keturi saldainiai, kurie sveria atitinkamai 7, 8, 9 ir 10 gramų. Atsitiktinai paėmęs du saldainius, Jonas atiduoda sunkesnį draugui. Sakykime, atsitiktinis dydis X – Jonui tekusio saldainio svoris.

Taškų pasiskirstymas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4			
26,75	22,00	11,00	11,50	28,75	0,48	0,59	0,45

1. Parodykite, kad $P(X = 8) = \frac{1}{3}$.

(2 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
45,00	9,50	45,50	0,50	0,61	0,50

2. Raskite atsitiktinio dydžio X skirstinį.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
64,50	35,50	0,36	0,65	0,53

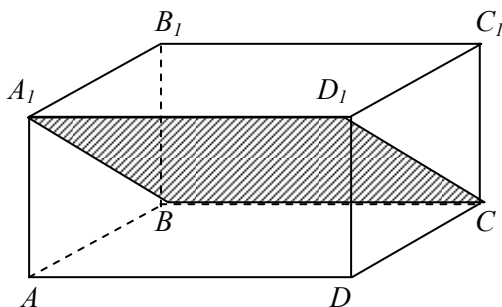
3. Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
42,50	57,50	0,58	0,58	0,45



18. Duotas stačiakampis gretasienis $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.



Taškų pasiskirstymas (%)							Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4	5	6			
26,50	19,50	10,25	7,25	8,50	14,00	14,00	0,42	0,73	0,82

1. Nubrėžta plokštuma, einanti per taškus A_1, D_1, C . Įrodykite, kad tiesė $B_1 C_1$ yra lygiagreti plokštumai $A_1 D_1 C B$.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
65,00	35,00	0,35	0,50	0,47

2. Plokštuma $A_1 D_1 C$ su pagrindo $ABCD$ plokštuma sudaro 30° kampą ir $AB = a$. Parodykite,

$$\text{kad } AA_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} a.$$

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
49,75	50,25	0,50	0,79	0,59

3. Įrodykite, kad iš visų stačiakampių gretasienių, tenkinančių sąlygas $AB = a$, $AA_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} a$,

$$AD = 2 - a, \text{ didžiausią tūrį turi gretasienis, kurio briauna } AB = \frac{4}{3}.$$

(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
49,50	10,50	12,50	27,50	0,39	0,85	0,78

4. Apskaičiuokite šio gretasienio tūrį.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
53,50	46,50	0,47	0,75	0,59



19. Duota funkcija $f(x) = \sqrt{2x}$, kai $x \geq 0$.

Taškų pasiskirstymas (%)						Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija	
0	1	2	3	4	5				6
23,75	9,75	10,75	14,00	12,75	17,75	11,25	0,47	0,68	0,78

1. Parodykite, kad jos atvirkštinė funkcija $g(x) = \frac{1}{2}x^2$, kai $x \geq 0$.

(1 taškas)

Taškų pasiskirstymas (%)		Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1			
44,25	55,75	0,56	0,84	0,63

2. Raskite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ grafikų susikirtimo taškų absceses.

(2 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)			Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2			
29,50	18,25	52,25	0,61	0,72	0,60

3. Apskaičiuokite plotą figūros, kurią riboja funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ grafikais.

(3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
46,25	19,75	19,75	14,25	0,34	0,69	0,73

20. Iš natūraliųjų skaičių sudaromos grupės (1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), (10, 11, 12, 13, 14, 15, 16), ..., kurių kiekviena baigiasi eilės numerio kvadratu. Apskaičiuokite m – tosios grupės narių sumą.

(4 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)					Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3	4			
79,50	8,25	4,75	1,00	6,50	0,12	0,36	0,63