



# MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis  
Pagrindinė sesija

2007 m. gegužės 16 d.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

## Valstybinio brandos egzamino formulės

**Trikampis.**  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$ ; čia  $a, b, c$  – trikampio kraštinės,  $p$  – pusperimetris,  $r$  ir  $R$  – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spinduliai,  $S$  – trikampio plotas.

**Skritulio išpjova.**  $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$ ,  $l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha$ ; čia  $\alpha$  – centrinio kampo didumas laipsniais,  $S$  – išpjovos plotas,  $l$  – išpjovos lanko ilgis,  $R$  – apskritimo spindulys.

**Nupjautinis kūgis.**  $S = \pi(R+r) \cdot l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$ ; čia  $R$  ir  $r$  – kūgio pagrindų spinduliai,  $S$  – šoninio paviršiaus plotas,  $V$  – tūris,  $H$  – aukštinė,  $l$  – sudaromoji.

**Nupjautinės piramidės tūris.**  $V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$ ; čia  $S_1, S_2$  – pagrindų plotai,  $H$  – aukštinė.

**Rutulys.**  $S = 4\pi R^2$ ,  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ ; čia  $S$  – rutulio paviršiaus plotas,  $V$  – tūris,  $R$  – spindulys.

**Rutulio nuopjovos tūris.**  $V = \frac{1}{3} \pi H^2(3R - H)$ ; čia  $R$  – spindulys,  $H$  – nuopjovos aukštinė.

**Vektorių skaliarinė sandauga.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$ ;  
čia  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{a} \{x_1, y_1, z_1\}$  ir  $\vec{b} \{x_2, y_2, z_2\}$ .

**Geometrinė progresija.**  $b_n = b_1 q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ .

**Begalinė nykstamoji geometrinė progresija.**  $S = \frac{b_1}{1-q}$ .

**Trigonometrines funkcijas.**  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ,  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ,  $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ ,

$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$ ,  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ ,  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ ,

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta =$

$= -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$ .  $\begin{cases} \sin x = a, \\ x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbf{Z}, -1 \leq a \leq 1; \end{cases}$

$\begin{cases} \cos x = a, \\ x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbf{Z}, -1 \leq a \leq 1; \end{cases}$   $\begin{cases} \operatorname{tg} x = a, \\ x = \operatorname{arctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbf{Z}. \end{cases}$

**Deriniai.**  $C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

**Tikimybių teorija.** Atsitiktinio dydžio  $X$  matematinė viltis yra  $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$ ,  
dispersija  $DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$ .

**Išvestinių skaičiavimo taisyklės.**  $(Cu)' = Cu'$ ;  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ;  $(uv)' = u'v + uv'$ ;  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ ;

čia  $u$  ir  $v$  – taške diferencijuojamos funkcijos,  $C$  – konstanta.  $(a^x)' = a^x \ln a$ ,  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ .

Sudėtinės funkcijos  $h(x) = g(f(x))$  išvestinė  $h'(x) = g'(f(x))f'(x)$ .

**Funkcijos grafiko liestinės taške  $(x_0; f(x_0))$  lygtis.**  $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

**Logaritmo pagrindo keitimo formulė.**  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ .

Kiekvienas teisingai išspręstas uždavinys (1–6) vertinamas 1 tašku.

1.  $2^{2008} - 2^{2007} =$

A  $2^{1004}$

B  $2^{2007}$

C 2

D  $2^{\frac{2008}{2007}}$

E 1

---

2. Nurodykite funkcijos  $y = 4x^2 + 4x + 10$  reikšmių sritį<sup>I</sup>.

A  $(-\infty; +\infty)$

B  $[0; +\infty)$

C  $[9; +\infty)$

D  $[10; +\infty)$

E  $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

---

3. Nurodykite, kokia yra funkcijos  $f(x) = \cos^2 x$  išvestinės<sup>II</sup> reikšmė<sup>III</sup> taške  $x = \frac{\pi}{3}$ .

A  $-\sqrt{3}$

B  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C  $\frac{3}{4}$

D 1

E  $\frac{1}{4}$

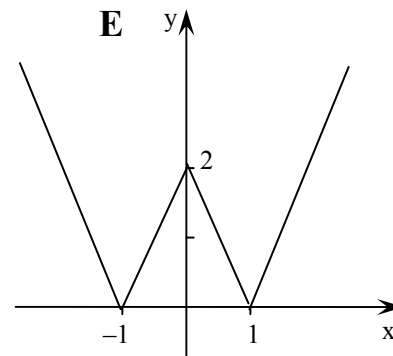
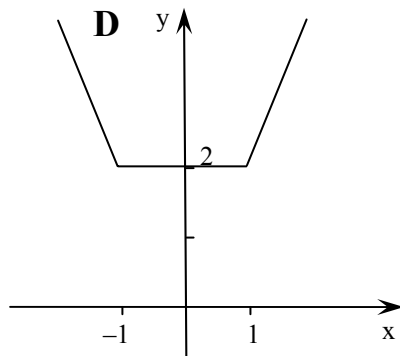
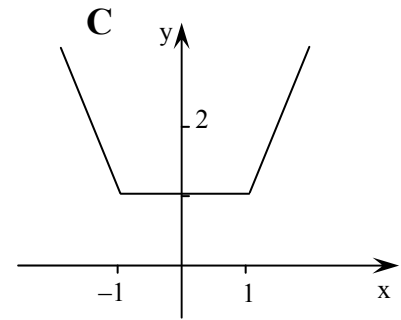
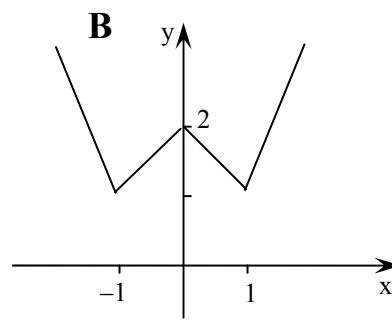
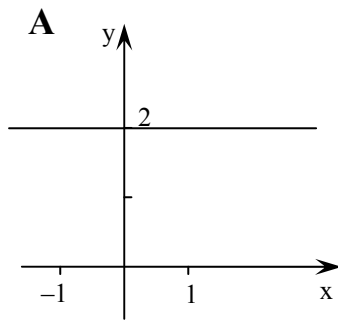
**NEPAMIRŠKITE pasirinktus atsakymus žyminčių raidžių įrašyti lentelėje, esančioje paskutiniame šio sąsiuvinio puslapyje.**

<sup>I</sup> reikšmių sritis – zbiór wartości – область значений

<sup>II</sup> išvestinė – pochodna – производная

<sup>III</sup> reikšmė – wartość – значение

4. Kuri iš nubraižytų kreivių yra funkcijos  $y = |1 + x| + |1 - x|$  grafiko<sup>I</sup> eskizas?



5. Skaičiai  $\sqrt[k]{18}$ ,  $\sqrt[3]{18}$ ,  $\sqrt{18}$  nurodyta tvarka yra geometrinės progresijos<sup>II</sup> nariai<sup>III</sup>. Tuomet  $k$  yra:

**A**  $\frac{2}{3}$

**B** 4

**C** 6

**D**  $\frac{3}{4}$

**E** 5

6. Nurodykite, kiek nelyginių skaičių<sup>IV</sup> galima sudaryti iš skaičiaus 3694 skaitmenų<sup>V</sup>, jeigu skaitmenys nesikartoja?

**A** 12

**B** 24

**C** 30

**D** 64

**E** 32

**NEPAMIRŠKITE** pasirinktus atsakymus žyminčių raidžių įrašyti lentelėje, esančioje paskutiniame šio sąsiuvinio puslapyje.

<sup>I</sup> grafikas – wykres – график

<sup>II</sup> geometrinė progresija – ciąg geometryczny – геометрическая прогрессия

<sup>III</sup> narys – wyraz – член

<sup>IV</sup> nelyginis skaičius – liczba nieparzysta – нечётное число

<sup>V</sup> skaitmuo – cyfra – цифра

7. Išspręskite nelygybę<sup>1</sup>:

$$\frac{1-3x}{1-2x} \leq 1.$$

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

---

**JUODRAŠTIS**

<sup>1</sup> nelygybė – nierówność – неравенство

8. Automobilis iš miesto A į miestą B nuvažiavo 30 km/h vidutiniu greičiu<sup>1</sup>. Po to apsisuko ir grįžo atgal. Apskaičiuokite, koks vidutinis grįžimo greitis, jei visos kelionės vidutinis važiavimo greitis 35 km/h.

(2 taškai)

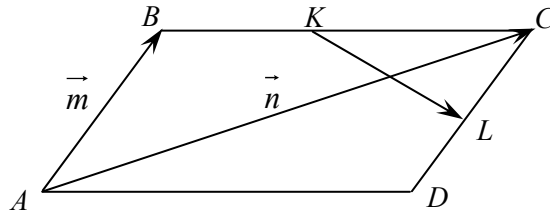
Čia rašo vertintojai		
I	II	III
___	___	___

---

## JUODRAŠTIS

<sup>1</sup> vidutinis greitis – prędkość średnia – средняя скорость

9. Lygiagretainio<sup>I</sup>  $ABCD$  kraštinių<sup>II</sup>  $BC$  ir  $CD$  vidurio taškai<sup>III</sup> yra  $K$  ir  $L$ . Vektorių  $\overline{KL}$  išreikškite vektoriais  $\vec{m} = \overrightarrow{AB}$  ir  $\vec{n} = \overrightarrow{AC}$ .



(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

## JUODRAŠTIS

<sup>I</sup> lygiagretainis – równoległobok – параллелограмм

<sup>II</sup> kraštinė – bok – сторона

<sup>III</sup> vidurio taškas – środek – середина

10. Išspręskite lygtį<sup>1</sup>:

$$\frac{\lg(6x - 5)}{2 \lg x} = 1.$$

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

---

**JUODRAŠTIS**

---

<sup>1</sup> lygtis – równanie – уравнение



11. Parašykite funkcijos  $f(x) = 2 \cdot e^{-x}$  grafiko liestinės<sup>1</sup>, nubrėžtos per tašką  $M(0; 2)$ , lygtį.

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
___	___	___

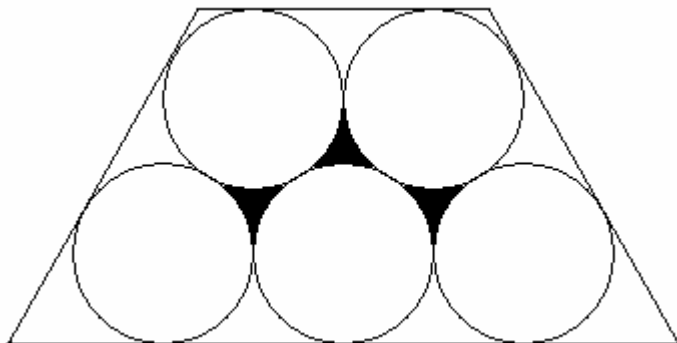
---

## JUODRAŠTIS

---

<sup>1</sup> liestinė – styczná – касательная

12. Į lygiašoną trapeciją<sup>I</sup> įbrėžti 5 vienodo dydžio besiliečiantys skrituliai<sup>II</sup> (žr. pav.). Skritulio spindulys<sup>III</sup> yra lygus 4. Apskaičiuokite užspalvintos dalies plotą<sup>IV</sup>.



(4 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

## JUODRAŠTIS

<sup>I</sup> lygiašonė trapecija – trapez równogamienny – равнобедренная трапеция

<sup>II</sup> skritulys – koło – круг

<sup>III</sup> spindulys – promień – радиус

<sup>IV</sup> plotas – pole – площадь

13. Išspręskite lygtį:

$$(1 + \cos x) \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0.$$

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

---

**JUODRAŠTIS**

14. Įrodykite, kad su visomis realiosiomis  $k$  reikšmėmis funkcijos  $f(x) = (x - 2)(x - 3) - k^2$  grafikas kerta  $Ox$  ašį dviejuose taškuose.

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
___	___	___

---

**JUODRAŠTIS**

15. Juvelyras gavo užsakymą pagaminti 38 gramų dirbinį, kurio aukso ir sidabro masių santykis<sup>1</sup> 7:12. Savo dirbtuvėje jis turi du lydinius, kurių aukso ir sidabro masių santykiai atitinkamai yra 1:2 ir 2:3. Kiek gramų kiekvieno lydinio juvelyras turėtų paimti, kad sulydęs juos gautų norimos sudėties juvelyrinį dirbinį?

(4 taškai)

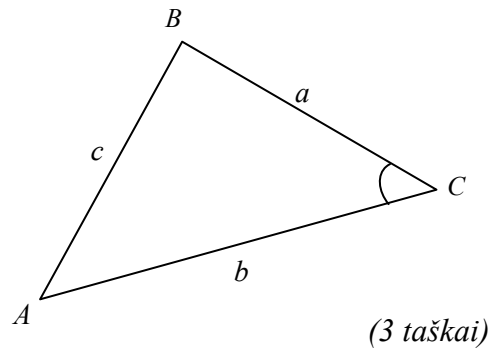
Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

---

## JUODRAŠTIS

<sup>1</sup> santykis – stosunek – отношение

16. Jeigu trikampio  $ABC$  elementus sieja lygybė<sup>I</sup>  $\frac{a-b}{a} = 1 - 2 \cos C$ , tai trikampis yra lygiašonis<sup>II</sup>. Įrodykite.



Čia rašo vertintojai		
I	II	III

---

**JUODRAŠTIS**

<sup>I</sup> lygybė – równość – равенство

<sup>II</sup> lygiašonis – równopamienny – равнобедренный

17. Krepšelyje yra keturi saldainiai, kurie sveria atitinkamai 7, 8, 9 ir 10 gramų. Atsitiktinai<sup>I</sup> paėmęs du saldinius, Jonas atiduoda sunkesnį draugui. Sakykime, atsitiktinis dydis<sup>II</sup>  $X$  – Jonui tekusio saldainio svoris.

1. Parodykite, kad  $P(X = 8) = \frac{1}{3}$ .

(2 taškai)

2. Raskite atsitiktinio dydžio  $X$  skirstinį<sup>III</sup>.

(1 taškas)

3. Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio  $X$  matematinę viltį<sup>IV</sup>.

(1 taškas)

	Čia rašo vertintojai		
	I	II	III
(2 taškai)	—	—	—
(1 taškas)	—	—	—
(1 taškas)	—	—	—
<b>Taškų suma</b>			

## JUODRAŠTIS

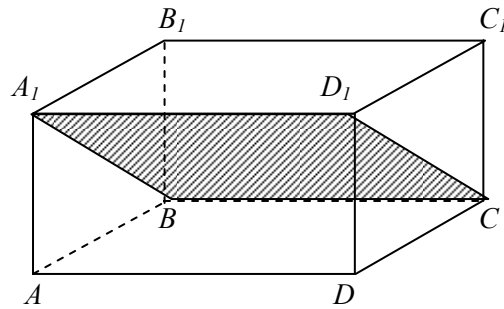
<sup>I</sup> atsitiktinai – losowo – случайно

<sup>II</sup> atsitiktinis dydis – zmienna losowa – случайная величина

<sup>III</sup> skirstinys – rozkład – распределение

<sup>IV</sup> matematinė viltis – nadzieja matematyczna – математическое ожидание

18. Duotas stačiakampis gretasienis<sup>I</sup>  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .



1. Nubrėžta plokštuma, einanti per taškus  $A_1, D_1, C$ . Įrodykite, kad tiesė  $B_1 C_1$  yra lygiagreti<sup>II</sup> plokštumai  $A_1 D_1 C B$ .  
(1 taškas)
2. Plokštuma  $A_1 D_1 C$  su pagrindo  $ABCD$  plokštuma sudaro  $30^\circ$  kampą ir  $AB = a$ . Parodykite, kad  $AA_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} a$ .  
(1 taškas)
3. Įrodykite, kad iš visų stačiakampių gretasienių, tenkinančių sąlygas  $AB = a, AA_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} a, AD = 2 - a$ , didžiausią tūrį<sup>III</sup> turi gretasienis, kurio briauna<sup>IV</sup>  $AB = \frac{4}{3}$ .  
(3 taškai)
4. Apskaičiuokite šio gretasienio tūrį.  
(1 taškas)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
—	—	—
—	—	—
—	—	—
—	—	—

<b>Taškų suma</b>			
-------------------	--	--	--

<sup>I</sup> stačiakampis gretasienis – prostopadościan – прямоугольный параллелепипед  
<sup>II</sup> lygiagretus – równoległy – параллельный  
<sup>III</sup> tūris – objętość – объём  
<sup>IV</sup> briauna – krawędź – ребро



---

**JUODRAŠTIS**

19. Duota funkcija  $f(x) = \sqrt{2x}$ , kai  $x \geq 0$ .

1. Parodykite, kad jos atvirkštinė<sup>I</sup> funkcija  $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ , kai  $x \geq 0$ .

(1 taškas)

2. Raskite funkcijų  $f(x)$  ir  $g(x)$  grafikų susikirtimo taškų abscises<sup>II</sup>.

(2 taškai)

3. Apskaičiuokite plotą figūros, kurią riboja funkcijų  $f(x)$  ir  $g(x)$  grafikai.

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai

I	II	III
—	—	—
—	—	—
—	—	—

**Taškų suma**

--	--	--

## JUODRAŠTIS

<sup>I</sup> atvirkštinė – odwrotna – обратная

<sup>II</sup> abscisė – odcięta – абсцисса

20. Iš natūraliųjų skaičių sudaromos grupės (1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), (10, 11, 12, 13, 14, 15, 16), ..., kurių kiekviena baigiasi eilės numerio kvadratu. Apskaičiuokite  $m$  – tosios grupės narių sumą.

(4 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
___	___	___

---

---

**JUODRAŠTIS**