

Šifražodžiai. B lygis

Svarbu

A lygio uždavinius galima skirti 3–4 klasių mokiniams, B lygio – 5–6 klasių, C lygio – 7–8 klasių, D ir E lygių – 9–10 klasių mokiniams. Tačiau toks skirstymas galioja, tik jei mokiniai prieš tai yra bandę spręsti tokio tipo uždavinių. O jei jie nėra tokių uždavinių sprendę, pradėkite nuo A lygio su bet kurios klasės mokiniais – tai leis dažniau patirti sėkmės jausmą bei pamėgti šiuos uždavinius. Juk šifražodžiai kaip ir burtažodžiai dvelkia paslaptimi, o paslaptys vilioja visus...

Beje, nemažai šių uždavinių atsakymų galima tiesiog atspėti. Tačiau šių modulių tikslas – lavinti loginį mąstymą bei lygčių ir jų sistemų sprendimą. (Net sprendimas variantų perrankos būdu leidžiamas tik tada, kai jis yra būtinas ar labai efektyvus!) Tad mėgstančiuosius spėlioti nuolat kreipkite link sprendimo pateikimo. Atspėtą atsakymą galima priimti tik kai kartu pagrindžiama, kad kitų sprendinių nėra, – tai ypač bus svarbu sprendžiant C ir D lygių uždavinius, kuriuose yra ne po vieną galimą atsakymą.

Pabaigus su mokiniais spręsti šiuos uždavinius, galite po savaitės kitos surengti jiems testą / olimpiadą – tam skirtas modulis su T raide.

Įžanga

Matematiniai galvosūkliai, kuriuose skaitmenys pakeisti raidėmis, vadintini šifražodžiais (iš angliško sudurtinio žodžio `cryptarithm` – `crypto` – užšifruota, paslėpta, `arithm` – iš žodžio aritmetika.) Sprendėjui reikia logiškai išmąstyti (iššifruoti, atkoduoti), kokį skaitmenį kokia raidė reiškia. Šio tipo uždaviniai kildinami iš senovės Kinijos – ten šis menas buvo vadinamas raidine arba žodine aritmetika. O štai viduramžiais Indijoje buvo išrasta uždavinių, kuriuose dauguma arba visi skaitmenys buvo pakeisti žvaigždutėmis. Šį `skeletą` reikėdavo užpildyti skaitmenimis, atkuriant pradinę lygybę.

Literatūroje anglų kalba galite rasti ir terminą `alphametic`, žymintį šifražodį, kuris sudarytas iš prasmingų žodžių (pvz., +

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ + \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$

O jei šifražodyje yra `žodinių skaičių`, kuriuos perskaičius, susidaro teisinga lygybė

$$\begin{array}{r} (\text{pvz., } + \text{ SEVEN} \\ + \text{ SEVEN} \\ + \text{ SIX} \\ \hline \text{TWENTY} \end{array} \quad \text{arba} \quad \begin{array}{r} + \text{ VIENAS} \\ + \text{ VIENAS} \\ + \text{ VIENAS} \\ + \text{ DEVYNI} \\ \hline \text{DVYLIKA} \end{array}$$

ir tas šifražodis turi sprendinį, jis vadinamas `dvigubai teisingas` (angliškai `doubly-true`).

Sukurti savo šifražodį, ypač iš prasmingų žodžių, ganėtinai sunku. Kodėl? Todėl, kad bet kaip sulipdytas uždavinys arba neturės sprendinių, arba turės jų labai daug – abu šie atvejai nėra įdomūs. Kad būtų apribota paieškos sritis, galima įvesti papildomų apribojimų (ieškoti mažiausio arba didžiausio skaičiaus, arba tam tikrų skaitmenų sumos ir pan.) Norintiesiems pabandyti verta naudotis internete esančiais šifražodžių sprendikliais ir net generatoriais (kūrimo priemonė).

Šifražodžių sprendimo taisyklės

1. Vienodos raidės arba simboliai keičiamos vienodais skaitmenimis, o skirtingos raidės (skirtingi simboliai) – skirtingais.
2. Užrašyta lygybė turi išeiti teisinga.
3. Dviženkliai ir didesni skaičiai negali prasidėti nuliu.
4. Reikia rasti visus įmanomus iššifravimo būdus (nors dažniausiai bus lygiai 1).
5. Jei skaičiuose yra ir raidžių, ir skaitmenų, pvz., A1B2, po kažkuria raide gali „slėptis“ 1 arba 2.

Patarimai

1. Blogiausia, ką galima daryti sprendžiant, – tai spėlioti. Antra pagal dydį blogybė – akiai perrinkinėti visus variantus.
2. Geriausia nustatyti, koks skaitmuo užšifruotas kuria nors viena raide, – tai gali atskleisti kitos raidės iššifravimą ir t. t.
3. Jeigu pavyksta nustatyti, kad tam tikra raidė gali būti, pavyzdžiui, skaitmuo 3 arba 2, šiuos abu variantus ir reikia patikrinti.
4. Nepamirškite, kad atliekant veiksmus gali atsirasti papildomas skaičius „mintyje“!

Gudrybės

1. Sudėtyje ieškokime 0 (nulio). Jei
$$\begin{array}{r} + \dots B \\ \dots A \\ \dots B \end{array}$$
 arba
$$\begin{array}{r} + \dots A \\ \dots A \\ \dots A \end{array}$$
, tai A tikrai lygus 0.
2. Jei sudedant 2 skaičius jų suma ilgesnė už ilgiausią iš dėmenų, tai sumos pirmas skaitmuo yra 1.
3. Jei pasitaiko situacija
$$\begin{array}{r} + \text{xxAx} \\ \text{xxAx} \\ \text{xxAx} \end{array}$$
 arba
$$\begin{array}{r} + \text{xxBx} \\ \text{xxAx} \\ \text{xxBx} \end{array}$$
, tai A gali būti arba 0, arba 9 (jei iš vienetų sumos ateina dar 1 „mintyje“).
4. Sandaugoje tarp skaitmenų dauginamuosiuose verta ieškoti 1, 5 ir 6.

Atkoduokite pateiktus šifražodžius

B1.

$$\begin{array}{r} +ABC \\ +BC \\ \hline C \\ \hline EF24 \end{array}$$

P.

Atkreipk dėmesį į dėmenų dydžius ir sumos dydį. Arba pradėk nuo paskutinio (vienetų) skaitmens.

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } +958 \\ +58 \\ \hline 1024 \end{array}$$

S.

Trigubas C baigiasi 4, vadinasi, $C = 8$. Tuomet $AB + B = DE0$. $B = 5$, o $A = 9$.

B2.

$$\begin{array}{r} +AAA \\ \hline B \\ \hline AB1 \end{array}$$

P.

Atkreipk dėmesį į dešimčių ir vienetų skiltis.

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } +555 \\ \hline 6 \\ \hline 561 \end{array}$$

S.

Vienetų skiltyje $A + B = 11$, nes dešimtyse turi atsirasti 1 „minty“. Be to, $A + 1 = B$. Todėl $2A + 1 = 11$.

B3.

$$\begin{array}{r} +ABC \\ \hline ABC \\ \hline CDDB \end{array}$$

P.

Atkreipk dėmesį į dėmenų dydžius ir sumos dydį.

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } +721 \\ \hline 721 \\ \hline 1442 \end{array}$$

S.

Dviejų triženklių suma ≤ 1998 , todėl $C = 1$. Tuomet $B = 2$, o $D = 4$. $A + A = 14$, todėl $A = 7$.

B4.

$$\begin{array}{r} +AB \\ +BC \\ \hline CA \\ \hline ABC \end{array}$$

P.

Atkreipk dėmesį į vienetų ir dešimčių skiltis.

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } +19 \\ \hline +98 \\ \hline 81 \\ \hline 198 \end{array}$$

S.

Atmetę antrąjį dėmenį, turime $AB + CA = A00$ – paaiškėja paeiliui visi skaitmenys. Arba galima žiūrėti į vienetų ir dešimčių skiltis: $A + B = 10$, $A + C = 9$.

B5.

$$\begin{array}{r} +AAA \\ +BB \\ \hline A \\ \hline CAB \end{array}$$

P.

Atkreipk dėmesį į vienetų ir dešimčių skiltis.

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } +555 \\ +99 \\ \hline 5 \\ \hline 659 \end{array}$$

S.

$A + A$ baigiasi 0, todėl $A = 5$. Pasinaudoję trečia gudrybe sužinome (nr. 3), $B = 9$.

B6.

$$\begin{array}{r} +ABC \\ +ABC \\ +ABC \\ \hline CCC \end{array}$$

P.

Atkreipk dėmesį į vienetų skiltį.

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } \times 185 \\ \hline 3 \\ \hline 555 \end{array}$$

S.

Trigubas C baigiasi C, vadinasi, $C = 5$. Uždavinys tampa lygtimi $x + x + x = 555$.

Šifražodžiai. B lygis

B7.

$$\begin{array}{r} +AAB \\ +ADD \\ \hline CACA \end{array}$$

P. Atkreipk dėmesį į dėmenų dydžius ir sumos dydį. Po to – į šimtų skiltį.

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } +997 \\ \quad 922 \\ \hline 1919 \end{array}$$

S. Dviejų triženklių suma ≤ 1998 , todėl $C = 1$. Pasi-naudoję trečia gudrybe (nr. 3), sužinome, kad $A = 9$. Dešimčių skiltyje $D \leq 2$, bet negali būti nei 0, nei 1. Todėl $D = 2$.

B8.

$$\text{Jei } \begin{array}{r} +ABC \\ +CBA \\ \hline DD9D, \end{array}$$

tai kam lygu

$$A + B + C?$$

P. Atkreipk dėmesį į dėmenų dydžius ir sumos dydį. Po to – į vienetų ir dešimčių skiltis.

S. Dviejų triženklių suma ≤ 1998 , todėl $D = 1$. Vienetų skiltyje $A + C = 11$, nes dešimtyse turi atsirasti 1 „minty“. Tas pats vyksta šimtų skiltyje, todėl $B + B = 8$.

$$\text{Ats.: } A + B + C = 11 + 4 = 15.$$

B9.

$$\begin{array}{r} \times AB \\ \quad 4 \\ \hline CA \end{array}$$

P. Kokio dydžio gali būti A? Kuo jis dar turi pasi-žymėti?

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } \times 23 \\ \quad 4 \\ \hline 92 \end{array}$$

S. $A < 3$, kitaip sandauga bus triženklė. Bet jei $B \cdot 4$ baigiasi A, tai A privalo būti lyginis, t. y. lygiai 2. Tik $3 \cdot 4$ ir $8 \cdot 4$ baigiasi 2-etu, bet tinka tik 3.

B10.

$$\begin{array}{r} \times AB \\ \quad B \\ \hline AA9 \end{array}$$

P. Koks gali būti B?

$$\begin{array}{r} \text{Ats.: } \times 17 \\ \quad 7 \\ \hline 119 \end{array}$$

S. $B = 3$ arba 7 . Bet jei $B = 3$, tai $A \cdot B = AA$, netin-ka. Lieka $B = 7$. Dešimčių skiltyje $A \cdot 7 + 4 = AA (= 11 \cdot A)$. Iš čia $A = 1$.

B11.

Triženklis skaičius ABB skaitmenų sandauga lygi dviženkliui AC, o šio skaičiaus skaitmenų sandauga lygi C. Kokie skaitmenys slepiasi po raidėmis? (Čia, kaip ir visuose šifražodžiuose, vienodos raidės keičiamos vienodais skaitmenimis, o skirtingos – skirtingais.)

P. Koks gali būti A?

S. Kadangi $A \cdot C = C$, tai arba $A = 1$, arba $C = 0$. Jei $C = 0$, tai $A \cdot B \cdot B = A0 \Rightarrow B \cdot B = 10$, sprendinių nėra. Jei $A = 1$, tuomet $B \cdot B = 1C$.

$$\text{Ats.: } A = 1, B = 4, C = 6.$$

Šifražodžiai. B lygis

B12. $(AA + AA + 1) \cdot A = AAA$

P. Jei $x \cdot A = AAA$, kam lygus x ?

S. Padaliję abi lygties puses iš A , turime $AA + AA + 1 = 111$. Tuomet $AA = 110 : 2 = 55$.

Ats.: $(55 + 55 + 1) \cdot 5 = 555$.

B13.

$$\begin{array}{r} + \text{ AB} \\ + \text{ CCC} \\ + \text{ AB} \\ \hline \text{ DDDD} \end{array}$$

P. Atkreipk dėmesį į dėmenų dydžius ir sumos dydį.

S. Dviejų dviženklį ir triženklį suma ≤ 1197 , todėl $D = 1$. Jei C būtų < 9 , didžiausia suma galėtų būti $888 + 97 + 97 < 1111$, netinka. Todėl $C = 9$. Tuomet $AB = (1111 - 999) / 2 = 56$.

Ats.: $\begin{array}{r} + \text{ 56} \\ + \text{ 999} \\ \hline \text{ 1111} \end{array}$

B14. Šioje užduotyje yra trys lygybės horizontaliai ir trys – vertikaliai (iš viršaus žemyn).

$$AB + 8 = FC$$

- - -

$$DE + C = DC$$

= = =

$$DB + 3 = AE$$

P. Pradėk nuo C ir E (bet kuria tvarka).

S. Iš vidurinio ir dešiniojo stulpelio suprantame, kad $E = 0$, $C = 5$. Apatinėje eilutėje $B = 7$. Ten pat $A = D + 1$, o kairiajame stulpelyje $A = D + D$. Todėl $D = 1$, $A = 2$, $F = 3$.

$$27 + 8 = 35$$

- - -

$$10 + 5 = 15$$

= = =

$$17 + 3 = 20$$

B15.

$$\begin{array}{r} - \text{ AAAA} \\ + \text{ BBB} \\ - \text{ CC} \\ \hline \text{ D} \\ \hline \text{ 1234} \end{array}$$

P. Atkreipk dėmesį į dėmenų dydžius ir rezultato dydį.

S. Jei A būtų > 2 , kairioji pusė būtų > 2000 . Taigi $A = 2$. Tuomet $BBB - CC + D = 988$. Akivaizdu, kad $B = 9$. Tuomet $CC - D = 11$. Kadangi $CC \geq 11$, tai $C = 1$, o $D = 0$ (vienženklis skaičius gali būti 0!).

Ats.: $\begin{array}{r} - \text{ 2222} \\ + \text{ 999} \\ - \text{ 11} \\ \hline \text{ 0} \\ \hline \text{ 1234} \end{array}$