Šifražodžiai. C lygis

Svarbu

A lygio uždavinius galima skirti 3–4 klasių mokiniams, B lygio – 5–6 klasių, C lygio – 7–8 klasių, D ir E lygių – 9–10 klasių mokiniams. Tačiau toks skirstymas galioja, tik jei mokiniai prieš tai yra bandę spręsti tokio tipo uždavinių. O jei jie nėra tokių uždavinių sprendę, pradėkite nuo A lygio su bet kurios klasės mokiniais – tai leis dažniau patirti sėkmės jausmą bei pamėgti šiuos uždavinius. Juk šifražodžiai kaip ir burtažodžiai dvelkia paslaptimi, o paslaptys vilioja visus...

Beje, nemažai šių uždavinių atsakymų galima tiesiog atspėti. Tačiau šių modulių tikslas – lavinti loginį mąstymą bei lygčių ir jų sistemų sprendimą. (Net sprendimas variantų perrankos būdu leidžiamas tik tada, kai jis yra būtinas ar labai efektyvus!) Tad mėgstančiuosius spėlioti nuolat kreipkite link sprendimo pateikimo. Atspėtą atsakymą galima priimti tik kai kartu pagrindžiama, kad kitų sprendinių nėra, – tai ypač bus svarbu sprendžiant C ir D lygių uždavinius, kuriuose yra ne po vieną galimą atsakymą.

Pabaigus su mokiniais spręsti šiuos uždavinius, galite po savaitės kitos surengti jiems testą / olimpiadą – tam skirtas modulis su T raide.

Įžanga

Matematiniai galvosūkiai, kuriuose skaitmenys pakeisti raidėmis, vadintini šifražodžiais (iš angliško sudurtinio žodžio `cryptarithm` – `crypto` – užšifruota, paslėpta, `arithm` – iš žodžio aritmetika.) Sprendėjui reikia logiškai išmąstyti (iššifruoti, atkoduoti), kokį skaitmenį kokia raidė reiškia. Šio tipo uždaviniai kildinami iš senovės Kinijos – ten šis menas buvo vadinamas raidine arba žodine aritmetika. O štai viduramžiais Indijoje buvo išrasta uždavinių, kuriuose dauguma arba visi skaitmenys buvo pakeisti žvaigždutėmis. Šį `skeletą` reikėdavo užpildyti skaitmenimis, atkuriant pradinę lygybę.

Literatūroje anglų kalba galite rasti ir terminą `alphametic`, žymintį šifražodį, kuris sudarytas iš prasmingų žodžių (pvz., $\begin{array}{r} + \ \text{SEND} \\ \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$)

O jei šifražodyje yra `žodinių skaičių`, kuriuos perskaičius, susidaro teisinga lygybė

$$\text{(pvz.,}\quad \begin{array}{r} + \ \text{SEVEN} \\ + \ \text{SEVEN} \\ \text{SIX} \\ \hline \text{TWENTY} \end{array} \quad \text{arba} \quad \begin{array}{r} + \ \text{VIENAS} \\ + \ \text{VIENAS} \\ + \ \text{VIENAS} \\ \text{DEVYNI} \\ \hline \text{DVYLIKA} \end{array}\ )$$

ir tas šifražodis turi sprendinį, jis vadinamas `dvigubai teisingas` (angliškai `doubly-true`).

Sukurti savo šifražodį, ypač iš prasmingų žodžių, ganėtinai sunku. Kodėl? Todėl, kad bet kaip sulipdytas uždavinys arba neturės sprendinių, arba turės jų labai daug – abu šie atvejai nėra įdomūs. Kad būtų apribota paieškos sritis, galima įvesti papildomų apribojimų (ieškoti mažiausio arba didžiausio skaičiaus, arba tam tikrų skaitmenų sumos ir pan.) Norintiesiems pabandyti verta naudotis internete esančiais šifražodžių sprendikliais ir net generatoriais (kūrimo priemonė).

Šifražodžiai. B lygis

Šifražodžių sprendimo taisyklės

1. Vienodos raidės arba simboliai keičiamos vienodais skaitmenimis, o skirtingos raidės (skirtingi simboliai) – skirtingais.
2. Užrašyta lygybė turi išeiti teisinga.
3. Dviženkliai ir didesni skaičiai negali prasidėti nuliu.
4. Reikia rasti visus įmanomus iššifravimo būdus (nors dažniausiai bus lygiai 1).
5. Jei skaičiuose yra ir raidžių, ir skaitmenų, pvz., A1B2, po kažkuria raide gali „slėptis“ 1 arba 2.

Patarimai

1. Blogiausia, ką galima daryti sprendžiant, – tai spėlioti. Antra pagal dydį blogybė – aklai perrinkinėti visus variantus.
2. Geriausia nustatyti, koks skaitmuo užšifruotas kuria nors viena raide, – tai gali atskleisti kitos raidės iššifravimą ir t. t.
3. Jeigu pavyksta nustatyti, kad tam tikra raidė gali būti, pavyzdžiui, skaitmuo 3 arba 2, šiuos abu variantus ir reikia patikrinti.
4. Nepamirškite, kad atliekant veiksmus gali atsirasti papildomas skaičius „mintyje“!

Gudrybės

1. Sudėtyje ieškokime 0 (nulio). Jei $\begin{array}{r} +\ldots B \\ \underline{\ldots A} \\ \ldots B \end{array}$ arba $\begin{array}{r} +\ldots A \\ \underline{\ldots A} \\ \ldots A \end{array}$, tai A tikrai lygus 0.
2. Jei sudedant 2 skaičius jų suma ilgesnė už ilgiausią iš dėmenų, tai sumos pirmas skaitmuo yra 1.
3. Jei pasitaiko situacija $\begin{array}{r} +\mathrm{xxAx} \\ \underline{\mathrm{xxAx}} \\ \mathrm{xxAx} \end{array}$ arba $\begin{array}{r} +\mathrm{xxBx} \\ \underline{\mathrm{xxAx}} \\ \mathrm{xxBx}, \end{array}$

   tai A gali būti arba 0, arba 9 (jei iš vienetų sumos ateina dar 1 „minty“).
4. Sandaugoje tarp skaitmenų dauginamuosiuose verta ieškoti 1, 5 ir 6.

Šifražodžiai. C lygis

Raskite *visus galimus* iššifravimo būdus arba pagrįskite, kodėl nėra nei vieno

C1. $\begin{array}{r} \times\ AB \\ 4 \\ \hline CAB \end{array}$

P. Koks gali būti B?

S. B turi būti = 0, bet taip pat ir A. Arba tinka pastebėti, kad AB · 3 = C00.

Ats.: **sprendinių nėra.**

C2. $\begin{array}{r} +\ AAAA \\ 2013 \\ \hline BABC \end{array}$

P. Koks gali būti A?

S. A turi būti < 8, kitaip suma bus penkiaženklė. Iš tūkstančių skilties B = A + 2. Vadinasi, į dešimčių skiltį turi ateiti 1 „minty“ iš vienetų skilties. Todėl A turi būti > 6. Sužinome, kad A = 7.

Ats.: $\begin{array}{r} +\ 7777 \\ 2013 \\ \hline 9790 \end{array}$

C3. $\begin{array}{r} +\ AB \\ AB \\ \hline CA \end{array}$

P. Koks gali būti A?

S. A turi būti lyginis, be to, < 5. Su A = 2 yra du galimi iššifravimai, kaip ir su A = 4.

Ats.: $\begin{array}{r} +\ 21 \\ 21 \\ \hline 42 \end{array}$, $\begin{array}{r} +\ 26 \\ 26 \\ \hline 52 \end{array}$, $\begin{array}{r} +\ 42 \\ 42 \\ \hline 84 \end{array}$, $\begin{array}{r} +\ 47 \\ 47 \\ \hline 94 \end{array}$

C4. $\begin{array}{r} +\ ABCD \\ +\ BCCD \\ BBD \\ \hline DDDD \end{array}$

P. Atkreipk dėmesį į vienetų skiltį.

S. D turi būti 0 arba 5, bet 0 negali būti keturženklio pirmasis skaitmuo. Į dešimčių skiltį ateina 1 „minty“ iš vienetų skilties, todėl B turi būti lyginis ir < 5. B = 4 netinka, lieka B = 2.

Ats.: $\begin{array}{r} +\ 3215 \\ +\ 2115 \\ 225 \\ \hline 5555 \end{array}$

C5. $\begin{array}{r} +\ A \\ +\ BB \\ CCC \\ \hline BCB \end{array}$

P. Atkreipk dėmesį į dešimčių skiltį.

S. Eidami nuo vienetų skilties, galime užrašyti tris lygtis: A + C = 10, B + 1 = 10, B = C + 1. Lieka jas išspręsti.

Ats.: $\begin{array}{r} +\ 6 \\ +\ 99 \\ 888 \\ \hline 989 \end{array}$

C6. Ar galima išspręsti šifražodį PE · NKI + 1 = ŠE · ŠI?

P. Atkreipk dėmesį į pasikartojančias raides.

S. Abi sandaugos – PE · NKI ir ŠE · ŠI – baigiasi tuo pačiu skaitmeniu, nes dauginamieji baigiasi tais pačiais skaitmenimis. Prie vienos iš jų pridėjus 1, paskutinis skaitmuo pasikeis, todėl lygybė negalima.

Ats.: **negalima**.

C7. $\begin{array}{r} \times\ \mathrm{ABA} \\ 5 \\ \hline \mathrm{BDBA} \end{array}$

P. Pradėk nuo raidės A.

S. A · 5 baigiasi A, tik kai A = 5 (nulis skaičiaus pradžioje negali būti). 2500 < 5B5 · 5 < 3000, todėl B = 2.

Ats.: $\begin{array}{r} \times\ 525 \\ 5 \\ \hline 2625 \end{array}$

C8. $\begin{array}{r} +\ \mathrm{A} \\ +\ \mathrm{BA} \\ \mathrm{CBA} \\ \hline \mathrm{CCB} \end{array}$

P. Atkreipk dėmesį į dešimčių skiltį.

S. Akivaizdu, kad B < 5, kitaip šimtuose atsirastų 1 „minty“. Be to, B = 0 netinka, nes yra skaičiaus pradžioje. B = 4 netinka (išeina C = 0). O kitais trimis atvejais turime teisingas lygybes.

Ats.: $\begin{array}{r} +\ 7 \\ +\ 17 \\ 417 \\ \hline 441 \end{array}$, $\begin{array}{r} +\ 4 \\ +\ 24 \\ 524 \\ \hline 552 \end{array}$, $\begin{array}{r} +\ 1 \\ +\ 31 \\ 631 \\ \hline 663 \end{array}$

C9. $\begin{array}{r} +\ \mathrm{AB} \\ \mathrm{CB} \\ \hline \mathrm{BA} \end{array}$

P. Atkreipk dėmesį į vienetų skiltį.

S. Kadangi B · 2 baigiasi A, tai A – lyginis. Be to, B > A. Vadinasi, B · 2 = 10 + A ir B = A+ C + 1. Perrenkame A = 2, 4, 6 ir 8, trys variantai tinka.

Ats.: $\begin{array}{r} +\ 26 \\ 36 \\ \hline 62 \end{array}$, $\begin{array}{r} +\ 47 \\ 27 \\ \hline 74 \end{array}$, $\begin{array}{r} +\ 68 \\ 18 \\ \hline 86 \end{array}$

C10. $\begin{array}{r} \times\ \mathrm{\check{S}A} \\ \mathrm{\check{S}A} \\ \hline \mathrm{\check{S}IT} \end{array}$, o $\begin{array}{r} \times\ \mathrm{A\check{S}} \\ \mathrm{A\check{S}} \\ \hline \mathrm{TI\check{S}} \end{array}$

P. Atkreipk dėmesį į dažniausiai pasikartojančią raidę.

S. Š tegali būti 1, kitaip ŠA · ŠA > ŠIT. Be to, A < 4 (kitaip AŠ · AŠ > 1000). Patikrinę A = 2 ir 3, sužinome atsakymą.

Ats.: $\begin{array}{r} \times\ 13 \\ 13 \\ \hline 169 \end{array}$, $\begin{array}{r} \times\ 31 \\ 31 \\ \hline 961 \end{array}$

C11.

$$\begin{array}{r} +AAA \\ +\ BB \\ A \\ \hline CCC \end{array}$$

P. Atkreipk dėmesį į triženklius skaičius.

S. Jei AAA + x = CCC, tai x >= 111. Bet BB + A < 109, vadinasi, neįmanoma.

Ats.: **sprendinių nėra.**

C12. Trupmena $\frac{V \cdot I \cdot R \cdot U \cdot S \cdot A \cdot S}{V \cdot A \cdot K \cdot C \cdot I \cdot N \cdot O \cdot S}$ lygi tam tikram skaičiui. Kokiam?

P. Kiek iš viso raidžių panaudota?

S. Kadangi panaudota 10 raidžių, tai po jomis „slepiasi“ visi galimi skaitmenys, o tarp jų – ir nulis. Ta sandauga, kurioje yra nulis, virsta nuliu. Jei nulis būtų vardiklyje, trupmena neturėtų prasmės. Vadinasi, jis skaitiklyje.

Ats.: **trupmena lygi nuliui**.

C13.

$$\begin{array}{r} +ABC \\ +ABC \\ ABC \\ \hline BBB \end{array}$$

P. Atkreipk dėmesį į dešimčių skiltį.

S. Sudėję tris C, turime X „minty“. Tuomet B · 3 + X baigiasi B, taigi, B · 2 + X baigiasi 0. Vadinasi, X yra lyginis, taigi, 0 arba 2. Jei X = 0, tai B = 5, tada C · 3 = 5, sprendinių nėra. Kai X = 2, tai B = 4 arba 9. Tinka tik pirmasis iš jų.

Ats.:

$$\begin{array}{r} +148 \\ +148 \\ 148 \\ \hline 444 \end{array}$$

C14. MI keturgubai didesnis nei SO, o DO keturgubai didesnis nei SI. Raskite sumą DO + MI + SO + SI.

P. Atkreipk dėmesį į vienetų skiltį.

S. Kadangi O · 4 baigiasi I, o I · 4 baigiasi O, šių raidžių pora gali būti tik lyginiai skaitmenys 2 ir 8 arba 4 ir 6. Be to, SO ir SI < 25, todėl S = 1. 16 · 4 = 64 netinka (kartojasi skaitmuo 6), tad lieka 18 · 4 = 72 ir 12 · 4 = 48.

Ats.: **DO + MI + SO + SI = 150.**

C15.

$$\begin{array}{r} \times AB \\ C \\ \hline DE \end{array}$$ be to,

A < B < C < D < E.

P. Pradėk nuo raidės C arba nuo sandaugos DE.

S. *1 būdas.* C > 2, bet jei C = 3, tai AB = 12, netinka. Jei C = 4, AB netinka nei 12, nei 13, nei 23. Jei C = 5, E = 0 arba 5, netinka. Jei C = 7, DE = 89, netinka. Lieka C = 6.

2 būdas. Didžiausia galima DE reikšmė – 89, bet tai pirminis skaičius. 79 – taip pat. 78 dalus iš 6, todėl tinka. Mažesnių tinkamų DE neberasime.

Ats.:

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 6 \\ \hline 78 \end{array}$$

Kuriame Lietuvos ateitį
2014–2020 metų Europos Sąjungos fondų investicijų veiksmų programa