

Šifražodžiai. E lygis

Svarbu

A lygio uždavinius galima skirti 3–4 klasių mokiniams, B lygio – 5–6 klasių, C lygio – 7–8 klasių, D ir E lygių – 9–10 klasių mokiniams. Tačiau toks skirstymas galioja, tik jei mokiniai prieš tai yra bandę spręsti tokio tipo uždavinių. O jei jie nėra tokių uždavinių sprendę, pradėkite nuo A lygio su bet kurios klasės mokiniais – tai leis dažniau patirti sėkmės jausmą bei pamėgti šiuos uždavinius. Juk šifražodžiai kaip ir burtažodžiai dvelkia paslaptimi, o paslaptys vilioja visus...

Beje, nemažai šių uždavinių atsakymų galima tiesiog atspėti. Tačiau šių modulių tikslas – lavinti loginį mąstymą bei lygčių ir jų sistemų sprendimą. (Net sprendimas variantų perrankos būdu leidžiamas tik tada, kai jis yra būtinas ar labai efektyvus!) Tad mėgstančiuosius spėlioti nuolat kreipkite link sprendimo pateikimo. Atspėtą atsakymą galima priimti tik kai kartu pagrindžiama, kad kitų sprendinių nėra, – tai ypač bus svarbu sprendžiant C ir D lygių uždavinius, kuriuose yra ne po vieną galimą atsakymą.

Pabaigus su mokiniais spręsti šiuos uždavinius, galite po savaitės kitos surengti jiems testą / olimpiadą – tam skirtas modulis su T raide.

Įžanga

Matematiniai galvosūkių, kuriuose skaitmenys pakeisti raidėmis, vadintini šifražodžiais (iš angliško sudurtinio žodžio `cryptarithm` – `crypto` – užšifruota, paslėpta, `arithm` – iš žodžio aritmetika.) Sprendėjui reikia logiškai išmąstyti (iššifruoti, atkoduoti), kokį skaitmenį kokia raidė reiškia. Šio tipo uždaviniai kildinami iš senovės Kinijos – ten šis menas buvo vadinamas raidine arba žodine aritmetika. O štai viduramžiais Indijoje buvo išrasta uždavinių, kuriuose dauguma arba visi skaitmenys buvo pakeisti žvaigždutėmis. Šį `skeletą` reikėdavo užpildyti skaitmenimis, atkuriant pradinę lygybę.

Literatūroje anglų kalba galite rasti ir terminą `alphametic`, žymintį šifražodį, kuris sudarytas iš prasmingų žodžių (pvz., +

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ + \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$

O jei šifražodyje yra `žodinių skaičių`, kuriuos perskaičius, susidaro teisinga lygybė

$$\begin{array}{r} (\text{pvz., } + \text{ SEVEN} \\ + \text{ SEVEN} \\ + \text{ SIX} \\ \hline \text{TWENTY} \end{array} \quad \text{arba} \quad \begin{array}{r} + \text{ VIENAS } \\ + \text{ VIENAS } \\ + \text{ VIENAS } \\ + \text{ DEVYNI} \\ \hline \text{DVYLIKA} \end{array}$$

ir tas šifražodis turi sprendinį, jis vadinamas `dvigubai teisingas` (angliškai `doubly-true`).

Sukurti savo šifražodį, ypač iš prasmingų žodžių, ganėtinai sunku. Kodėl? Todėl, kad bet kaip sulipdytas uždavinys arba neturės sprendinių, arba turės jų labai daug – abu šie atvejai nėra įdomūs. Kad būtų apribota paieškos sritis, galima įvesti papildomų apribojimų (ieškoti mažiausio arba didžiausio skaičiaus, arba tam tikrų skaitmenų sumos ir pan.) Norintiesiems pabandyti verta naudotis internete esančiais šifražodžių sprendikliais ir net generatoriais (kūrimo priemonė).

Šifražodžių sprendimo taisyklės

1. Vienodos raidės arba simboliai keičiamos vienodais skaitmenimis, o skirtingos raidės (skirtingi simboliai) – skirtingais.
2. Užrašyta lygybė turi išeiti teisinga.
3. Dviženkliai ir didesni skaičiai negali prasidėti nuliu.
4. Reikia rasti visus įmanomus iššifravimo būdus (nors dažniausiai bus lygiai 1).
5. Jei skaičiuose yra ir raidžių, ir skaitmenų, pvz., A1B2, po kažkuria raide gali „slėptis“ 1 arba 2.

Patarimai

1. Blogiausia, ką galima daryti sprendžiant, – tai spėlioti. Antra pagal dydį blogybė – akiai perrinkinėti visus variantus.
2. Geriausia nustatyti, koks skaitmuo užšifruotas kuria nors viena raide, – tai gali atskleisti kitos raidės iššifravimą ir t. t.
3. Jeigu pavyksta nustatyti, kad tam tikra raidė gali būti, pavyzdžiui, skaitmuo 3 arba 2, šiuos abu variantus ir reikia patikrinti.
4. Nepamirškite, kad atliekant veiksmus gali atsirasti papildomas skaičius „mintyje“!

Gudrybės

1. Sudėtyje ieškokime 0 (nulio). Jei
$$\begin{array}{r} + \dots B \\ \dots A \\ \hline \dots B \end{array}$$
 arba
$$\begin{array}{r} + \dots A \\ \dots A \\ \hline \dots A \end{array}$$
, tai A tikrai lygus 0.
2. Jei sudedant 2 skaičius jų suma ilgesnė už ilgiausią iš dėmenų, tai sumos pirmas skaitmuo yra 1.
3. Jei pasitaiko situacija
$$\begin{array}{r} + \text{xxAx} \\ \text{xxAx} \\ \hline \text{xxAx} \end{array}$$
 arba
$$\begin{array}{r} + \text{xxBx} \\ \text{xxAx} \\ \hline \text{xxBx} \end{array}$$
, tai A gali būti arba 0, arba 9 (jei iš vienetų sumos ateina dar 1 „mintyje“).
4. Sandaugoje tarp skaitmenų dauginamuosiuose verta ieškoti 1, 5 ir 6.

Atkoduokite pateiktus šifražodžius

E1.

$$\begin{array}{r} \text{JA} + \text{EB} = \text{DCF} \\ + \quad + \quad + \\ \text{BB} + \text{KH} = \text{DCE} \\ = \quad = \quad = \\ \text{HF} + \text{DHE} = \text{JDK} \end{array}$$

P.

Atkreipk dėmesį į šimtų skiltį.

Ats.:

S.

Dviejų dviženklį skaičių suma < 200 , tad $D = 1$. Analogiškai iš trečios eilutės $J = 2$. Iš trečio stulpelio matome, kad $C = 0$, o iš trečios eilutės – $H = 5$. Tada iš pirmo stulpelio – $B = 3$, iš antro stulpelio – $E = 8$, dėl to ir $K = 7$. Liko iš trečio stulpelio arba trečios eilutės nustatyti $F = 9$ ir išaiškėja, kad $A = 6$.

$$\begin{array}{r} \mathbf{26} + \mathbf{83} = \mathbf{109} \\ + \quad + \quad + \\ \mathbf{33} + \mathbf{75} = \mathbf{108} \\ = \quad = \quad = \\ \mathbf{59} + \mathbf{158} = \mathbf{217} \end{array}$$

E2.

$$\begin{array}{r} \times \text{ABCDE} \\ \quad \quad \quad \underline{4} \\ \text{EDCBA} \end{array}$$

P.

Pradėk nuo A.

Ats.: $\times \mathbf{21978}$

S.

$E \cdot 4$ baigiasi A, todėl A – lyginis, taigi $= 2$ (jei būtų didesnis – sandauga būtų šešiaženklė). E tiktų 3 arba 8, bet $2BCDE \cdot 4 > 70000$, tad $E = 8$. Dešimtyse $D \cdot 4 + 3$ baigiasi B, tad B yra nelyginis, Be to, $B < 3$ (kitaip sandauga būtų > 89999), taigi $B = 1$. $D \cdot 4 + 3$ baigiasi 1, tad $D = 2$ arba 7, bet 2 „užimtas“, taigi $D = 7$. $C \cdot 4 + 3 = 30 + C \Rightarrow C = 9$.

$$\begin{array}{r} \mathbf{21978} \\ \quad \quad \quad \underline{4} \\ \mathbf{87912} \end{array}$$

E3.

$$\begin{array}{r} \times \text{ABCDEF} \\ \quad \quad \quad \underline{6} \\ \text{DEFABC} \end{array}$$

P.

Pasikartojančius fragmentus pažymėk nežinomaisiais.

Ats.: $\times \mathbf{142857}$

S.

Pažymime $ABC = x$, $DEF = y$. $6000x + 6y = 1000y + x \Rightarrow 994y = 5999x \Rightarrow 142y = 857x$. Dešinė lygties pusė dali iš 857, tai ir kairė turi būti dali. Bet 142 tarpusavyje pirminis su 857, vadinasi, y dalus iš 857. Bet y triženklis, taigi $= 857$.

$$\begin{array}{r} \mathbf{142857} \\ \quad \quad \quad \underline{6} \\ \mathbf{857142} \end{array}$$

E4.

$$\begin{array}{r} _ \text{ABCD} \\ _ \text{DCBA} \\ \underline{\quad} \\ \text{BDAC} \end{array}$$

P.

Užrašyk visus keturženklis XYZT kaip $1000X + 100Y + 10Z + T$.

S.

$1000A + 100B + 10C + D - 1000D - 100C - 10B - A = 1000B + 100D + 10A + C \Rightarrow 989A = 1099D + 91C + 910B$. Dešinė pusė dali iš 7, tai ir kairė dali. 989 nedalus iš 7, tad $A = 7$. $989 = 157D + 13C + 130B$. $A > D$, todėl iš vienetų skyriaus turime $D + 10 - A = C$ arba $D + 3 = C$. $989 = 157D + 13D + 39 + 130B \Rightarrow 950 = 170D + 130B \Rightarrow 95 = 17D + 13B$. Tinka tik $B = 6$ ir $D = 1$.

Ats.:

$$\begin{array}{r} _ \mathbf{7641} \\ _ \mathbf{1467} \\ \underline{\quad} \\ \mathbf{6174} \end{array}$$

E5. Mokykloje dingio internetas ir mokytojas nebegali prieiti prie savo išsaugotų uždavinių. Tad ima ir užrašo lentoje pirmą atėjusį į galvą šifražodį $\begin{array}{r} +ABC \\ DEF \\ \hline GHIJ \end{array}$. Ar įmanoma jį išspręsti?

P. Pasinaudok dalumo iš 9 požymiu.

S. Jei $ABC \equiv A + B + C \equiv x \pmod{9}$, o $DEF \equiv D + E + F \equiv y \pmod{9}$, tai $GHIJ \equiv ABC + DEF \equiv x + y \pmod{9}$. Kita vertus, $GHIJ \equiv G + H + I + J \equiv 45 - (A + B + C + D + E + F) \equiv 45 - (x + y) \pmod{9}$. Turime $x + y \equiv 45 - (x + y) \pmod{9} \Rightarrow x + y \equiv 0 \pmod{9}$, todėl GHIJ turi būti dalus iš 9.

Ats.: yra labai daug galimų sprendinių, štai keli jų:

$$\begin{array}{r} +742 \\ 356 \\ \hline 1098 \end{array}, \begin{array}{r} +879 \\ 426 \\ \hline 1305 \end{array}, \text{ arba (didžiausia suma, apskaičiuojama keliais būdais) } \begin{array}{r} +743 \\ 859 \\ \hline 1602 \end{array}$$