2022 METŲ PAGRINDINĖS SESIJOS MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO KANDIDATŲ DARBŲ VERTINIMO INSTRUKCIJA

I dalis

<table>
<thead>
<tr>
<th>Užd. Nr.</th>
<th>1</th>
<th>2</th>
<th>3</th>
<th>4</th>
<th>5</th>
<th>6</th>
<th>7</th>
<th>8</th>
<th>9</th>
<th>10</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Ats.</td>
<td>B</td>
<td>C</td>
<td>B</td>
<td>A</td>
<td>A</td>
<td>B</td>
<td>C</td>
<td>C</td>
<td>A</td>
<td>D</td>
</tr>
</tbody>
</table>

II dalis

11. 3

12. \([-2;5]\) (arba \(y \in [-2;5]\), arba \(E_f \in [-2;5]\))

13. \(BC = 6\) (arba 6)

14.1 \(x = \pm 5\) (arba \(\pm 5\))

14.2 \(x = \pm 120^\circ + 360^\circ k, k \in Z\) \(\left(x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z\right)\)

15. \(-0.6\) (arba \(-\frac{3}{5}\))

16. 2 °C (arba 2)

17.1. \(m = \frac{1}{3}\) (arba \(\frac{1}{3}\))

17.2. \(m = -1\) (arba \(-1\))

18. \(135^\circ\) (arba \(\frac{3\pi}{4}\))

19.1. \(x \in (-3;1)\) (arba \((-3;1)\))

19.2. \(f(5) = 1\) (arba 1)
### III dalis

<table>
<thead>
<tr>
<th>Užd.</th>
<th>Sprendimas ir atsakymas</th>
<th>Taškai</th>
<th>Vertinimas</th>
</tr>
</thead>
</table>
| 20.1 | $b_2 = b_6 \cdot 0,8 = 1024 \cdot 0,8 = 819,2$  
**Ats.:** 819,2 | 1 | Užgautą teisingą atsakymą. |
| 20.2 | $b_1 \cdot 0,8^5 = 1024$,  
$b_1 = 3125$,  
$S = \frac{3125}{1-0,8} = 15625$  
**Ats.:** 15625 | 1 | Užgautą teisingą atsakymą. |
| 20.3 | Nauja seka:  
$b_1, b_3, b_5, \ldots$  
$q = \frac{b_3}{b_1} = 0,8^2 = 0,64$,  
$S_{nelyginiai} = \frac{3125}{1-0,64} = \frac{8680}{9}$  
**Ats.:** $8680\cdot\frac{5}{9}$ (arba 8680,(5)) | 1 | Užgautą teisingą atsakymą. |

<table>
<thead>
<tr>
<th>Užd.</th>
<th>Sprendimas ir atsakymas</th>
<th>Taškai</th>
<th>Vertinimas</th>
</tr>
</thead>
</table>
| 21   | $\log_5(4 - x) + \log_3(22 - x) = 5$,  
$\log_3((4 - x)(22 - x)) = 5$,  
$(4 - x)(22 - x) = 3^5$,  
$(4 - x)(22 - x) = 243$ | 1 | Už teisingai pritaikytą logaritmų savybę |
|      | $x^2 - 26x - 155 = 0$  
$x_1 = -5$, $x_2 = 31$. | 1 | Užgautą teisingą kvadratine lygti |
|      | $\begin{cases} 4 - x > 0, \\ 22 - x > 0. \end{cases}$  
Skaičius 31 nėra šios sistemos sprendinys.  
**Ats.:** −5. | 1 | Užgautą teisingą atsakymą. |
<table>
<thead>
<tr>
<th>Užd.</th>
<th>Sprendimas ir atsakymas</th>
<th>Taškai</th>
<th>Vertinimas</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>22</td>
<td>∠ABD = ∠ACB (duota)</td>
<td>5</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>∠BAD = ∠BAC (bendras)</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Trikampiai ABC ir ADB yra panašieji, pagal 2 kampus.</td>
<td></td>
<td>Už teisingą įrodymą.</td>
</tr>
<tr>
<td>22.1</td>
<td>$\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}$</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>22.2</td>
<td>$\frac{AC}{AB} = \frac{1}{4} \cdot AC$</td>
<td>2</td>
<td>Už teisingą atitinkamų kraštinių ilgių santykių lygybę.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\frac{1}{4} AC^2 = AB^2 = 100,$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$AC = 20.$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ats.: $AC = 20$ (arba 20)</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>22.3</td>
<td><strong>I būdas</strong></td>
<td>2</td>
<td>Už teisingai išreikštą vektorių $AC$.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$ =</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$= \overrightarrow{b} - \frac{3}{4} (\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \frac{1}{4} \overrightarrow{b} - \frac{3}{4} \overrightarrow{a}.$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ats.: $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{4} \overrightarrow{b} - \frac{3}{4} \overrightarrow{a}.$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td><strong>II būdas</strong></td>
<td></td>
<td>Už teisingai pritaikytas vektorių sudeties taisykles.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD},$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD},$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA},$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AD},$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} - 3(\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA})$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$4\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AB},$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{4} \overrightarrow{b} - \frac{3}{4} \overrightarrow{a}.$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ats.: $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{4} \overrightarrow{b} - \frac{3}{4} \overrightarrow{a}.$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Užd.</td>
<td>Sprendimas ir atsakymas</td>
<td>Taškai</td>
<td>Vertinimas</td>
</tr>
<tr>
<td>------</td>
<td>--------------------------</td>
<td>--------</td>
<td>------------</td>
</tr>
</tbody>
</table>
| 23   | 23.1 I būdas<br>
\[
f(x) = a(x-3)^2 + 9,
0 = a(0-3)^2 + 9,
a = -1,
f(x) = -(x-3)^2 + 9 = 6x - x^2.
\] | 8      | 1 Už teisingą parodymą. |
|      | II būdas<br>
\[
f(x) = a(x-0)(x-6),
9 = a(3-0)(3-6),
a = -1,
f(x) = -(x-0)(x-6) = 6x - x^2.
\] | 1      | 1 Už teisingą parodymą. |
|      | III būdas<br>
\[
f(x) = ax^2 + bx + c,
f(0) = 0, \text{ todėl } c = 0,
\begin{align*}
36a + 6b &= 0, \\
9a + 3b &= 9 \\
a &= -1, b &= 6. \\
f(x) &= 6x - x^2.
\end{align*}
\] | 1      | 1 Už teisingą parodymą. |

**Pastaba.** Jeigu kandidatas patikrina, kad visi trys duotieji taškai priklauso funkcijos \( f(x) = 6x - x^2 \) grafikui, taškas jam nėra skiriamas.

| 23.2 | \[ S = AB \cdot AD, \\
    AD = 6 - 2a, \\
    AB = 6a - a^2, \\
    S(a) = (6a - a^2)(6 - 2a) = 2a^3 - 18a^2 + 36a. \] | 2      | 1 Už teisingą AD išraišką per \( a \). |
|      | 1 Už teisingą pagrindimą. |

| 23.3 | \[ S'(a) = 6a^2 - 36a + 36 \] | 3      | 1 Už teisingą išvestinę. |
|      | \[ 6a^2 - 36a + 36 = 0, \\
a^2 - 6a + 6 = 0, \\
a_1 = 3 - \sqrt{3}, a_2 = 3 + \sqrt{3}. \] | 1      | Už gautus teisingus kritinius taškus. |
|      | \[ S'(a) \]
|      | \[ S(a) \]
|      | \[ a_{\text{max}} \]
|      | \[ \text{Ats.: } a = 3 - \sqrt{3} \text{ (arba } 3 - \sqrt{3}) \] | 1      | Už teisingą pagrindimą, kad funkcija įgyja didžiausią reikšmę, kai \( a = 3 - \sqrt{3} \). |

| 23.4 | 2 |
\[ \int_{2}^{5} (6x - x^2) \, dx = \]

\[ \left[ \frac{3x^2 - x^3}{3} \right]_{2}^{5} = 24. \]

\[ \text{Ats.: 24.} \]

Užd. 24

<table>
<thead>
<tr>
<th>Sprendimas ir atsakymas</th>
<th>Taškai</th>
<th>Vertinimas</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>24.1</td>
<td>2</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

Kubo briaunos ilgis 6, piramidės aukštinės ilgis \( H \)

\[ 6^3 = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot H, \]

\[ H = 18, \]

\[ SO_1 = 18 + 6 = 24 \]

\[ \text{Ats.: 24.} \]

Užd. 24.2

<table>
<thead>
<tr>
<th>Sprendimas ir atsakymas</th>
<th>Taškai</th>
<th>Vertinimas</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>24.2</td>
<td>2</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tiesės \( SO \) ir \( AA_1 \) yra lygiagrečios. Atstumas nuo taško \( S \) iki tiesės \( AA_1 \) yra \( SM \), nes \( SM \perp AA_1 \) (žr. pav.).

\[ SM = OA. \]

\[ OA = \frac{1}{2} \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{6^2 + 6^2} = 3\sqrt{2}. \]

\[ \text{Ats.: } 3\sqrt{2} \left( \text{arba } \frac{\sqrt{72}}{2}, \text{ arba } \sqrt{18} \right). \]
### Užd. 25

<table>
<thead>
<tr>
<th>Sprendimas ir atsakymas</th>
<th>Taškai</th>
<th>Vertinimas</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( f'(x) = e^x + e^{-x} ), ( e^x + e^{-x} = e^x - e^{-x} + 4 ), ( e^{-x} = 2 ), ( -x = \ln 2, x = -\ln 2 ), ( Ats.: -\ln 2 \left( \frac{\text{arba} \ln 1}{2} \right) )</td>
<td>1</td>
<td>3</td>
</tr>
</tbody>
</table>

### Užd. 26

<table>
<thead>
<tr>
<th>Sprendimas ir atsakymas</th>
<th>Taškai</th>
<th>Vertinimas</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>26.1. Du gretimi šviestuvai gali būti: 1 ir 2, 2 ir 3, 3 ir 4, 4 ir 5, 5 ir 6. Iš viso yra 5 variantai. Taigi ( m = 5 ). Iš viso parinkti 2 šviestuvus iš 6 turime ( \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 ) variantų. Taigi ( n = 15 ). ( \text{P}(\text{du šviestuvai gretimi}) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} ). Ats.: ( \frac{1}{3} )</td>
<td>1</td>
<td>6</td>
</tr>
<tr>
<td>26.2. Kad išjungti šviestuvai nebūtų gretimi, vienoje pusėje turi būti išjungti trys šviestuvai, kitoje – du. Tris poromis negreitimus šviestuvus galime išjungti 4 būdais (arba 1, 3, 5, arba 2, 4, 6, arba 1, 3, 6, arba 1, 4, 6). Du negreitimus šviestuvus, nesančius šalia, galime išjungti ( C_6^2 = 5 ) būdų. Kairėje pusėje galima išjungti tris šviestuvus ir du dešinėje ( \text{arba} ) du šviestuvus kairėje ir tris dešinėje. Todėl iš viso galimybių yra: 2 ( \cdot ) 10 ( \cdot ) 4 = 80. Ats.: 80.</td>
<td>1</td>
<td>4</td>
</tr>
<tr>
<td>Užd.</td>
<td>Sprendimas ir atsakymas</td>
<td>Taškai</td>
</tr>
<tr>
<td>------</td>
<td>-------------------------</td>
<td>--------</td>
</tr>
</tbody>
</table>
| **I būdas** | $x$ – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą,  
$t$ – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriui.  
$xt = 3(x - 4)(t - 2)$,  
$2xt - 12t - 6x + 24 = 0$,  
$t(x - 6) = 3x - 12$,  
$t = \frac{3x - 12}{x - 6}$  
$x - 6 = 1 \Rightarrow x = 7$ (net.),  
$x - 6 = 2 \Rightarrow x = 8$ (net.),  
$x - 6 = 3 \Rightarrow x = 9, t = 5 \Rightarrow xt = 45$,  
$x - 6 = 6 \Rightarrow x = 12, t = 4 \Rightarrow xt = 48$. | 1 | Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį arba lygčių sistemą). |
| **II būdas** | $x$ – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą,  
$t$ – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriui.  
$xt = 3(x - 4)(t - 2)$,  
$2xt - 12t - 6x + 24 = 0$,  
$t(x - 6) = 3x - 12$,  
$x = \frac{6t - 12}{t - 3}$,  
$x = \frac{6t - 12}{t - 3} = 6 + \frac{6}{t - 3}$,  
$t - 3 = 1 \Rightarrow x = 12, t = 4 \Rightarrow xt = 48$,  
$t - 3 = 2 \Rightarrow x = 9, t = 5 \Rightarrow xt = 45$,  
$t - 3 = 3 \Rightarrow x = 8$ (net.),  
$t - 3 = 6 \Rightarrow x = 7$ (net.). | 1 | Už vieno nežinomojo išreiškimą kitu. |
| **III būdas** | $x$ – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą,  
$t$ – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriui.  
$xt = 3(x - 4)(t - 2)$,  
$2xt - 12t - 6x + 24 = 0$,  
$(x - 6)(t - 3) = 6$, | 1 | Už teisingą pertvarkytą lygtį (sandauga lygi natūraliajam skaičiui). |
| $x - 6 = 1, \ t - 3 = 6 \Rightarrow x = 7$ (net.), | 1 | Už bent vieną lygties sprendinių porą. |
| $x - 6 = 2, \ t - 3 = 3 \Rightarrow x = 8$ (net.), |  |  |
| $x - 6 = 3, \ t - 3 = 2 \Rightarrow x = 9, \ t = 5 \Rightarrow xt = 45$, |  |  |
| $x - 6 = 6, \ t - 3 = 1 \Rightarrow x = 12, \ t = 4 \Rightarrow xt = 48$. |  |  |

**Ats.** 48.

---

**Už gautą teisingą atsakymą.**