

**2022 METŲ PAGRINDINĖS SESIJOS MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS  
EGZAMINO KANDIDATŲ DARBŲ VERTINIMO INSTRUKCIJA**

**I dalis**

<b>Užd. Nr.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Ats.</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>D</b>

**II dalis**

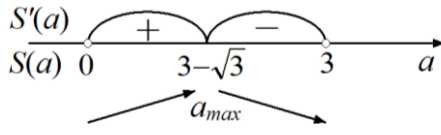
<b>11.</b>	3
<b>12.</b>	$[-2;5)$ (arba $y \in [-2;5)$ , arba $E_f \in [-2;5)$ )
<b>13.</b>	$BC = 6$ (arba 6)
<b>14.1</b>	$x = \pm 5$ (arba $\pm 5$ )
<b>14.2</b>	$x = \pm 120^\circ + 360^\circ k, k \in Z$ $\left( x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z \right)$
<b>15.</b>	$-0,6$ (arba $-\frac{3}{5}$ )
<b>16.</b>	$2^\circ\text{C}$ (arba 2)
<b>17.1.</b>	$m = \frac{1}{3}$ (arba $\frac{1}{3}$ )
<b>17.2.</b>	$m = -1$ (arba $-1$ )
<b>18.</b>	$135^\circ$ (arba $\frac{3\pi}{4}$ )
<b>19.1.</b>	$x \in (-3; 1)$ (arba $(-3; 1)$ )
<b>19.2.</b>	$f(5) = 1$ (arba 1)

## III dalis

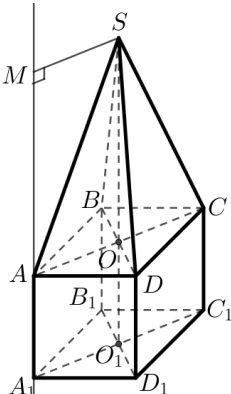
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>20</b>		<b>4</b>	
<b>20.1</b>		<b>1</b>	
	$b_7 = b_6 \cdot 0,8 = 1024 \cdot 0,8 = 819,2$ <i>Ats.: 819,2</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<b>20.2</b>		<b>2</b>	
	$b_1 \cdot 0,8^5 = 1024,$ $b_1 = 3125,$	1	Už gautą teisingą pirmąjį sekos narį.
	$S = \frac{3125}{1-0,8} = 15625.$ <i>Ats.: 15625</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<b>20.3</b>		<b>1</b>	
	Nauja seka: $b_1, b_3, b_5, \dots$ $q = \frac{b_3}{b_1} = 0,8^2 = 0,64,$ $S_{nelyginiai} = \frac{3125}{1-0,64} = 8680\frac{5}{9}$ <i>Ats.: <math>8680\frac{5}{9}</math> (arba 8680,(5))</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>21</b>		<b>4</b>	
	$\log_3(4-x) + \log_3(22-x) = 5,$ $\log_3((4-x)(22-x)) = 5,$	1	Už teisingai pritaikytą logaritmų savybę
	$(4-x)(22-x) = 3^5,$ $(4-x)(22-x) = 243$	1	Už gautą teisingą kvadratinę lygtį
	$x^2 - 26x - 155 = 0$ $x_1 = -5, x_2 = 31.$	1	Už gautus teisingus kvadratinės lygties sprendinius
	$\begin{cases} 4-x > 0, \\ 22-x > 0. \end{cases}$ Skaičius 31 nėra šios sistemos sprendinys. <i>Ats.: -5.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>22</b>		<b>5</b>	
<b>22.1</b>		<b>1</b>	
	$\angle ABD = \angle ACB$ (duota) $\angle BAD = \angle BAC$ (bendras) Trikampiai $ABC$ ir $ADB$ yra panašieji, pagal 2 kampus.	1	Už teisingą įrodymą.
<b>22.2</b>		<b>2</b>	
	$\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD},$	1	Už teisingą atitinkamų kraštinių ilgių santykių lygybę.
	$\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{\frac{1}{4}AC},$ $\frac{1}{4}AC^2 = AB^2 = 100,$ $AC = 20.$ Ats.: $AC = 20$ (arba 20)	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<b>22.3</b>		<b>2</b>	
	<b>I būdas</b> $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{a} + \vec{b},$	1	Už teisingai išreikštą vektorių $\vec{AC}$ .
	$\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{BC} - \frac{3}{4}\vec{AC} =$ $= \vec{b} - \frac{3}{4}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{4}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{a}.$ Ats.: $\vec{BD} = \frac{1}{4}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{a}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	<b>II būdas</b> $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD},$ $\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD},$	1	Už teisingai pritaikytas vektorių sudėties taisykles.
	$\vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BA},$ $\vec{CD} = -3\vec{AD},$ $\vec{BD} = \vec{BC} - 3(\vec{BD} - \vec{BA}),$ $4\vec{BD} = \vec{BC} - 3\vec{AB},$ $\vec{BD} = \frac{1}{4}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{a}.$ Ats.: $\vec{BD} = \frac{1}{4}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{a}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>23</b>		<b>8</b>	
<b>23.1</b>		<b>1</b>	
	<b>I būdas</b> $f(x) = a(x-3)^2 + 9,$ $0 = a(0-3)^2 + 9,$ $a = -1,$ $f(x) = -(x-3)^2 + 9 = 6x - x^2.$	1	Už teisingą parodymą.
	<b>II būdas</b> $f(x) = a(x-0)(x-6),$ $9 = a(3-0)(3-6),$ $a = -1,$ $f(x) = -(x-0)(x-6) = 6x - x^2.$	1	Už teisingą parodymą.
	<b>III būdas</b> $f(x) = ax^2 + bx + c,$ $f(0) = 0,$ todėl $c = 0,$ $\begin{cases} 36a + 6b = 0, \\ 9a + 3b = 9 \end{cases}$ $a = -1, b = 6.$ $f(x) = 6x - x^2.$	1	Už teisingą parodymą.
<b>Pastaba.</b> Jeigu kandidatas patikrina, kad visi trys duotieji taškai priklauso funkcijos $f(x) = 6x - x^2$ grafikui, taškas jam nėra skiriamas.			
<b>23.2</b>		<b>2</b>	
	$S = AB \cdot AD,$ $AD = 6 - 2a,$ $AB = 6a - a^2,$ $S(a) = (6a - a^2)(6 - 2a) = 2a^3 - 18a^2 + 36a.$	1	Už teisingą $AD$ išraišką per $a$ .
		1	Už teisingą pagrindimą.
<b>23.3</b>		<b>3</b>	
	$S'(a) = 6a^2 - 36a + 36$	1	Už teisingą išvestinę.
	$6a^2 - 36a + 36 = 0,$ $a^2 - 6a + 6 = 0,$ $a_1 = 3 - \sqrt{3}, a_2 = 3 + \sqrt{3}.$	1	Už gautus teisingus kritinius taškus.
	 $Ats.: a = 3 - \sqrt{3}$ (arba $3 - \sqrt{3}$ )	1	Už teisingą pagrindimą, kad funkcija įgyja didžiausią reikšmę, kai $a = 3 - \sqrt{3}$ .
<b>23.4</b>		<b>2</b>	

	$\int_2^5 (6x - x^2) dx =$	1	Už sudarytą teisingą apibrėžtinį integralą plotui apskaičiuoti.
	$= \left( 3x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big _2^5 = 24.$ Ats.: 24.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas	
<b>24</b>		<b>4</b>		
<b>24.1</b>		<b>2</b>		
	Kubo briaunos ilgis 6, piramidės aukštinės ilgis $H$ $6^3 = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot H,$	1	Už teisingą lygtį piramidės aukštinės ilgiui apskaičiuoti.	
	$H = 18,$ $SO_1 = 18 + 6 = 24$ Ats.: 24.	1	Už gautą teisingą atsakymą.	
<b>24.2</b>		<b>2</b>		
	Tiesės $SO$ ir $AA_1$ yra lygiagrečios. Atstumas nuo taško $S$ iki tiesės $AA_1$ yra $SM$ , nes $SM \perp AA_1$ (žr. pav.). $SM = OA.$		1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{6^2 + 6^2} = 3\sqrt{2}.$ Ats.: $3\sqrt{2}$ ( arba $\frac{\sqrt{72}}{2}$ , arba $\sqrt{18}$ ).	1	Už gautą teisingą atsakymą.	

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>25</b>		<b>3</b>	
	$f'(x) = e^x + e^{-x},$	1	Už teisingą funkcijos $f(x)$ išvestinę.
	$e^x + e^{-x} = e^x - e^{-x} + 4,$ $e^{-x} = 2,$	1	Už gautą teisingą rodiklinę lygtį, kurios pavidalas $a^{-x} = b$ arba $a^x = b.$
	$-x = \ln 2,$ $x = -\ln 2,$ <i>Ats.:</i> $-\ln 2 \left( \text{arba } \ln \frac{1}{2} \right).$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>26</b>		<b>6</b>	
<b>26.1.</b>		<b>2</b>	
	Du gretimi šviestuvai gali būti: 1 ir 2, 2 ir 3, 3 ir 4, 4 ir 5, 5 ir 6. Iš viso yra 5 variantai. Taigi $m = 5.$ Iš viso parinkti 2 šviestuvus iš 6 turime $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ variantų. Taigi $n = 15.$	1	Už teisingai nustatytą $m$ arba $n$ reikšmę.
	$P(\text{du šviestuvai gretimi}) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$ <i>Ats.:</i> $\frac{1}{3}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
<b>26.2.</b>		<b>4</b>	
	Kad išjungti šviestuvai nebūtų gretimi, vienoje pusėje turi būti išjungti trys šviestuvai, kitoje – du.	1	Už supratimą, kaip reikia išjungti penkis negretimus šviestuvus.
	Tris poromis negretimus šviestuvus galime išjungti 4 būdais (arba 1, 3, 5, arba 2, 4, 6, arba 1, 3, 6, arba 1, 4, 6).	1	Už nustatytą teisingą būdų skaičių, kai vienoje pusėje išjungti trys negretimi šviestuvai.
	Du negretimus šviestuvus, nesančius šalia, galime išjungti $C_6^2 - 5 = 10$ būdų.	1	Už nustatytą teisingą būdų skaičių, kai vienoje pusėje išjungti du negretimi šviestuvai.
	Kairėje pusėje galima išjungti tris šviestuvus ir du dešinėje <b>arba</b> du šviestuvus kairėje ir tris dešinėje. Todėl iš viso galimybių yra: $2 \cdot 10 \cdot 4 = 80.$ <i>Ats.:</i> 80.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
27		4	
	<b>I būdas</b> $x$ – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą, $t$ – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriu. $xt = 3(x - 4)(t - 2)$ ,	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį arba lygčių sistemą).
	$2xt - 12t - 6x + 24 = 0$ , $t(x - 6) = 3x - 12$ , $t = \frac{3x - 12}{x - 6}$	1	Už vieno nežinomojo išreiškimą kitu.
	$t = \frac{3x - 12}{x - 6} = 3 + \frac{6}{x - 6}$ $x - 6 = 1 \Rightarrow x = 7$ (net.), $x - 6 = 2 \Rightarrow x = 8$ (net.), $x - 6 = 3 \Rightarrow x = 9, t = 5 \Rightarrow xt = 45$ , $x - 6 = 6 \Rightarrow x = 12, t = 4 \Rightarrow xt = 48$ .	1	Už bent vieną lygties sprendinių porą.
	Ats.: 48.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	<b>II būdas</b> $x$ – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą, $t$ – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriu. $xt = 3(x - 4)(t - 2)$ ,	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį arba lygčių sistemą).
	$2xt - 12t - 6x + 24 = 0$ , $t(x - 6) = 3x - 12$ , $x = \frac{6t - 12}{t - 3}$ ,	1	Už vieno nežinomojo išreiškimą kitu.
	$x = \frac{6t - 12}{t - 3} = 6 + \frac{6}{t - 3}$ , $t - 3 = 1 \Rightarrow x = 12, t = 4 \Rightarrow xt = 48$ , $t - 3 = 2 \Rightarrow x = 9, t = 5 \Rightarrow xt = 45$ , $t - 3 = 3 \Rightarrow x = 8$ (net.), $t - 3 = 6 \Rightarrow x = 7$ (net.).	1	Už bent vieną lygties sprendinių porą.
	Ats.: 48.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	<b>III būdas</b> $x$ – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą, $t$ – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriu. $xt = 3(x - 4)(t - 2)$ ,	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį arba lygčių sistemą).
	$2xt - 12t - 6x + 24 = 0$ , $(x - 6)(t - 3) = 6$ ,	1	Už teisingai pertvarkytą lygtį (sandauga lygi natūraliajam skaičiui).

$x - 6 = 1, t - 3 = 6 \Rightarrow x = 7$ (net.), $x - 6 = 2, t - 3 = 3 \Rightarrow x = 8$ (net.), $x - 6 = 3, t - 3 = 2 \Rightarrow x = 9, t = 5 \Rightarrow xt = 45$ , $x - 6 = 6, t - 3 = 1 \Rightarrow x = 12, t = 4 \Rightarrow xt = 48$ .	1	Už bent vieną lygties sprendinių porą.
Ats.: 48.	1	Už gautą teisingą atsakymą.