

**2015 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIES  
 VERTINIMO INSTRUKCIJA**  
 Pagrindinė sesija

**I dalis**

<b>Užd. Nr.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Ats.</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>D</b>

**II dalis**

<b>11</b>	$[-2; 3]$	
<b>12</b>	<b>12.1</b> $x = 1,5$ arba $\frac{3}{2}$ , arba $1\frac{1}{2}$	<b>12.2</b> $-3; 7$ arba $x = -3; x = 7$
<b>13</b>	<b>13.1</b> $40^\circ$ arba $\frac{2\pi}{9}$	<b>13.2</b> $100^\circ$ arba $\frac{5\pi}{9}$
<b>14</b>	180	
<b>15</b>	<b>15.1</b> $(-\infty; -2), (1; 6)$ arba $x \in (-\infty; -2)$ ir $x \in (1; 6)$ arba $x < -2$ ir $1 < x < 6$ arba $(-\infty; -2) \cup (1; 6)$	<b>15.2</b> $x = 1$ arba 1
<b>16</b>	<b>16.1</b> $\overline{AC}$	<b>16.2</b> 0
<b>17</b>	<b>17.1</b> 10 arba 10 m	<b>17.2</b> 11,8 arba 11,8 m

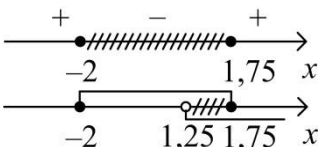
**III dalis**

<b>Užd.</b>	<b>Sprendimas ir atsakymas</b>	<b>Taškai</b>	<b>Vertinimas</b>
<b>18</b>		<b>3</b>	
<b>18.1</b>		<b>2</b>	
	$g'(x) = 3x^2 - 12x,$ $g'(2) = -12.$ <i>Ats.:</i> -12.	1 1	Už teisingą funkcijos išvestinę. Už teisingą atsakymą.
<b>18.2</b>		<b>1</b>	
	<i>Ats.:</i> $\frac{x^4}{4} - 2x^3 + C.$	1	Už teisingą atsakymą.

**Pastaba.** Jei mokinys vietoj  $C$  įrašo bet kokį realųjį skaičių, jam skiriamas 1 taškas.

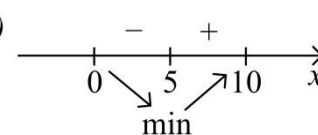
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		3	
	$2 \sin x = -1,$ $\sin x = -\frac{1}{2},$ $x = (-1)^k (-30^\circ) + 180^\circ \cdot k$ arba $x = (-1)^k \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi k, k \in \mathbf{Z},$ $k = 0: x = -30^\circ,$ $k = -1: x = 30^\circ - 180^\circ = -150^\circ,$ $k = 1: x = 30^\circ + 180^\circ = 210^\circ,$ $k = 2: x = -30^\circ + 360^\circ = 330^\circ,$ $k = 3: x = 30^\circ + 540^\circ = 570^\circ$ (netinka), $k = -2: x = -30^\circ - 360^\circ = -390^\circ$ (netinka). Ats.: $x = -150^\circ; -30^\circ; 210^\circ; 330^\circ$ arba $x = -\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}.$	1  1  1	Už teisingai išspręstą duotąją lygtį.  Už bent vieną teisingą sprendinį iš intervalo $[-180^\circ; 360^\circ]$ .  Už gautą teisingą atsakymą.

**Pastaba.** Jei mokinys teisingai nubraižė  $y = \sin x$  ir  $y = -\frac{1}{2}$  (arba  $y = 2 \sin x$  ir  $y = -1$ ) grafikų eskizus, jam skiriamas pirmas taškas.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
20		7	
20.1		2	
	$\begin{cases} 4x - 5 > 0, \\ 2x + 3 > 0, \end{cases}$ $\begin{cases} x > 1,25, \\ x > -1,5, \end{cases}$ $x > 1,25.$	1  1	Už užrašytą teisingą nelygybių sistemą.  Už teisingai išspręstą nelygybių sistemą.
20.2		5	
	$\log_{0,2}((4x-5) \cdot (2x+3)) \geq \log_{0,2} 13,$ $\log_{0,2}(8x^2 + 2x - 15) \geq \log_{0,2} 13,$ $8x^2 + 2x - 15 \leq 13,$ $4x^2 + x - 14 = 0,$ $x_1 = -2,$ $x_2 = 1,75.$ 	1  1  1  1	Už teisingai pritaikytą logaritmų savybę.  Už teisingai palygintus logaritmų argumentus.  Už gautus teisingus kvadratinės lygties sprendinius.  Už gautus teisingus nelygybės sprendinius.  Už gautą teisingą atsakymą.
	Ats.: $x \in (1,25; 1,75]$ .		

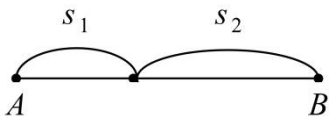
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>21</b>		<b>7</b>	
<b>21.1</b>		<b>1</b>	
	<i>Ats.:</i> $\frac{3}{4}$	1	Už teisingą atsakymą.
<b>21.2</b>		<b>1</b>	
	<i>Ats.:</i> $\frac{1}{4}$	1	Už teisingą atsakymą.
<b>21.3</b>		<b>5</b>	
	$P(\text{visos spalvos skirtingos}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{12} \cdot 3! = \frac{5}{24},$ $P(\text{visos spalvos vienodos}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{1}{8},$ $P(\text{visos spalvos vienodos}) = \frac{3}{24} <$ $< P(\text{visos spalvos skirtingos}) = \frac{5}{24}.$ <p><i>Ats.:</i> Didesnė tikimybė, kad spalvos bus skirtingos.</p>	<p>1 Už teisingą sandaugą <math>\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{12}</math>.</p> <p>1 Už apskaičiuotą teisingą įvykio, kad visos trys spalvos skirtingos, tikimybę.</p> <p>1 Už bent vieno vienspalvio trejeto tikimybės radimą.</p> <p>1 Už apskaičiuotą teisingą įvykio, kad visos trys spalvos vienodos, tikimybę.</p> <p>1 Už teisingą tikimybių palyginimą.</p>	

**Pastaba.** Jei mokinys 21.1 dalyje gauna neteisingą atsakymą, tačiau 21.2 dalyje teisingai apskaičiuoja priešingo įvykio tikimybę, jam skiriamas 1 taškas.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
<b>22</b>		<b>7</b>	
<b>22.1</b>		<b>1</b>	
	$\angle AML = \alpha \Rightarrow \angle ALM = 120^\circ - \alpha.$ Tuomet $\angle CLK = 180^\circ - (120^\circ - \alpha) - 60^\circ = \alpha.$	1	Už teisingą pagrindimą, kad $\angle AML = \angle CLK.$
<b>22.2</b>		<b>1</b>	
	$\angle A = \angle C = 60^\circ \Rightarrow \angle ALM = \angle LKC,$ $LM = LK \Rightarrow \triangle AML = \triangle CLK$ pagal lygią kraštinę ir du lygius kampus prie jos.	1	Už pagrindimą, kad trikampiai yra lygūs.
<b>22.3</b>		<b>2</b>	
	Jei $AM = x$ , tai $LC = x \Rightarrow AL = 10 - x$ , $\triangle AML$ taikome kosinusų teoremą: $y^2 = x^2 + (10 - x)^2 -$ $- 2 \cdot x(10 - x) \cdot \cos 60^\circ,$ $y = \sqrt{x^2 + 100 - 20x + x^2 - 10x + x^2} =$ $= \sqrt{3x^2 - 30x + 100}.$	1	Už teisingai užrašytą kosinusų teoremą.
		1	Už atliktus teisingus pertvarkymus.
<b>22.4</b>		<b>3</b>	
	<b>I būdas</b> $y' = \frac{6x - 30}{2\sqrt{3x^2 - 30x + 100}} =$ $= \frac{3x - 15}{\sqrt{3x^2 - 30x + 100}},$ $3x^2 - 30x + 100 > 0$ , su visomis $x$ reikšmėmis, $y' = 0$ , $3x - 15 = 0$ , $x = 5$ . $y'(x)$  $y(x)$	1	Už teisingą funkcijos išvestinę.
		1	Už apskaičiuotą teisingą kritinį tašką.
		1	Už pagrindimą, kad kai $x = 5$ , tai $LM$ ilgis yra mažiausias.
	<b>II būdas</b> Nagrinėkime kraštinės $LM = y$ ilgio kvadratą $y^2 = 3x^2 - 30x + 100, 0 \leq x \leq 10$ , nes $y$ įgyja mažiausią reikšmę, kai $y^2$ reikšmė yra mažiausia. $x_v = \frac{30}{6} = 5$ . Kadangi parabolės šakos nukreiptos į viršų, tai $y^2$ įgis mažiausią reikšmę, kai $x = 5$ . Ats.: $x = 5$ .	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
		1	Už apskaičiuotą teisingą parabolės viršūnės abscisę.
		1	Už pagrindimą, kad kai $x = 5$ , tai $LM$ ilgis yra mažiausias.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
23		5	
	$x^2 + 1 = ax + 1,$ $x^2 - ax = 0,$ $x(x - a) = 0,$ $x = 0$ arba $x = a.$ $S = \int_0^a (ax + 1 - x^2 - 1) dx = \int_0^a (ax - x^2) dx =$ $= \left( \frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big _0^a =$ $= \frac{a^3}{6} = 36,$ $a^3 = 6^2 \cdot 6,$ $a = 6.$ <i>Ats.: a = 6.</i>	1 1 1 1 1	Už surastus teisingus rėžius. Už užrašytą teisingą apibrėžtinį integralą plotui apskaičiuoti. Už teisingą pirmąją funkciją. Už teisingą ploto išraišką per $a.$ Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
24		3	
	<b>I būdas</b> $k = \frac{1}{3},$ $V$ – piramidės $SABCD$ tūris, $V_1$ – piramidės $SA_1B_1C_1D_1$ tūris, $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{27},$ $V_1 = 36\sqrt{2},$ $V - V_1 = 972\sqrt{2} - 36\sqrt{2} = 936\sqrt{2} \text{ cm}^3.$	1 1 1	Už teisingą tūrių santykį. Už apskaičiuotą teisingą $V_1.$ Už gautą teisingą atsakymą.
	<b>II būdas</b> $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6} \Rightarrow a = 18 \text{ cm},$ $k = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = 6 \text{ cm},$ $V_{nupj.} = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{2} (18^2 + \sqrt{18^2 \cdot 6^2} + 6^2) =$ $= 936\sqrt{2} \text{ cm}^3.$ <i>Ats.: <math>936\sqrt{2} \text{ cm}^3</math> arba <math>936\sqrt{2}.</math></i>	1 1 1	Už apskaičiuotą teisingą piramidės $SABCD$ briaunos ilgį. Už gautą teisingą piramidės $SA_1B_1C_1D_1$ briaunos ilgį. Už apskaičiuotą teisingą nupjautinės piramidės tūrį.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
25		3	
	<p><b>I būdas</b></p>  <p><math>v_1</math> – pirmojo dviratininko greitis,  <math>v_2</math> – antrojo dviratininko greitis.</p> $\begin{cases} \frac{s_1}{v_1} = \frac{s_2}{v_2}, \\ 36v_1 = s_2, \\ 25v_2 = s_1, \end{cases}$ $\frac{25v_2}{v_1} = \frac{36v_1}{v_2},$ $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{36}{25} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{5} \left(\frac{s_2}{s_1} = \frac{6}{5}\right),$ $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{25v_2}{v_1} = \frac{25 \cdot 6}{5} = 30 \text{ min.}$ <p><i>Ats.: 30 min. arba 30.</i></p>	1	Už užrašytą bent vieną teisingą lygtį.
		1	Už teisingą lygčių sistemą.
		1	Už teisingą lygčių sistemos sprendimą.
	<p><b>II būdas</b></p> <p><math>v_1</math> – pirmojo dviratininko greitis,  <math>v_2</math> – antrojo dviratininko greitis,  <math>t</math> – laikas iki susitikimo.</p> $\begin{cases} v_1 \cdot t = 25v_2, \\ v_2 \cdot t = 36v_1, \end{cases}$ $v_1 = \frac{25v_2}{t},$ $v_2 \cdot t = 36 \cdot \frac{25v_2}{t},$ $t^2 = 25 \cdot 36,$ $t = 30.$ <p><i>Ats.: 30 min. arba 30.</i></p>	1	Už užrašytą bent vieną teisingą lygtį.
		1	Už pasirinktą teisingą sistemos sprendimo būdą.
		1	Už gautą teisingą atsakymą.