

MATEMATIKA

2023 m. valstybinio brandos egzamino užduoties

PRIEDAS

MATEMATIKOS FORMULĖS

Greitosios daugybos formulės: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

Aritmetinė progresija: $a_n = a_1 + d(n-1)$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

Geometrinė progresija: $b_n = b_1 q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$.

Nykstamoji geometrinė progresija: $S = \frac{b_1}{1-q}$.

Sudėtinių procentų formulė: $S_n = S \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^n$; čia S – pradinis dydis, p – procentai, n – kartai.

Trikampis: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$,

$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$;

čia a, b, c – trikampio kraštinių ilgių, A, B, C – prieš jas esančių kampų didumai,

p – pusperimetris, r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spindulių ilgių, S – trikampio plotas.

Skritulys, apskritimas: $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$, $l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha$; čia α – centrinio kampo didumas laipsniais, S – išpjovos plotas, l – išpjovos lanko ilgis, R – spindulio ilgis.

Kūgis: $S_{\text{son. pav.}} = \pi Rl$, $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$; čia R – pagrindo spindulio ilgis, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Rutulys: $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; čia R – spindulio ilgis.

Nupjautinis kūgis: $S_{\text{son. pav.}} = \pi(R+r)l$, $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$; čia R ir r – pagrindų spindulių ilgių, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Nupjautinės piramidės tūris: $V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$; čia S_1, S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinės ilgis.

Rutulio nuopjova: $S = 2\pi RH$, $V = \frac{1}{3} \pi H^2(3R - H)$; čia R – rutulio spindulio ilgis, H – nuopjovos aukštinės ilgis.

Erdvės vektoriaus ilgis: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; čia $\vec{a} = (x; y; z)$.

Vektorių skaliarinė sandauga: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$; čia α – kampo tarp vektorių

$\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ didumas.

Trigonometrinių funkcijų sąryšiai:

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad 2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha, \quad 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha,$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta, \quad \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

Trigonometrinių funkcijų reikšmių lentelė:

α laipsniais	0°	30°	45°	60°	90°
α radianais	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

Trigonometrinės lygtys:

$$\begin{cases} \sin x = a, \\ x = (-1)^k \arcsin a + \pi k; \text{ čia } k \in \mathbf{Z}, -1 \leq a \leq 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = a, \\ x = \pm \arccos a + 2\pi k; \text{ čia } k \in \mathbf{Z}, -1 \leq a \leq 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = a, \\ x = \operatorname{arctg} a + \pi k; \text{ čia } k \in \mathbf{Z}, a \in \mathbf{R}. \end{cases}$$

Išvestinių skaičiavimo taisyklės:

$$(cu)' = cu', \quad (u \pm v)' = u' \pm v', \quad (uv)' = u'v + uv', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2};$$

čia u ir v – diferencijuojamosios funkcijos, c – konstanta.

$$\text{Funkcijų išvestinės: } (a^x)' = a^x \ln a, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}.$$

$$\text{Sudėtinės funkcijos } h(x) = g(f(x)) \text{ išvestinė: } h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x).$$

$$\text{Funkcijos grafiko liestinės taške } (x_0; f(x_0)) \text{ lygtis: } y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

$$\text{Pagrindinės logaritmų savybės: } \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \quad \log_a x^k = k \log_a x,$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

$$\text{Derinių skaičius: } C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$\text{Gretinių skaičius: } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Tikimybių teorija: atsitiktinio dydžio X matematinė viltis $\mathbf{EX} = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$,

$$\text{dispersija } \mathbf{DX} = (x_1 - \mathbf{EX})^2 p_1 + (x_2 - \mathbf{EX})^2 p_2 + \dots + (x_n - \mathbf{EX})^2 p_n.$$